

# **Experimentelle Untersuchung aeroakustischer und aeroelastischer Phänomene in Hochdruck-Radialverdichtern**

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Abteilung Maschinenbau und  
Verfahrenstechnik der  
Universität Duisburg - Essen  
zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTOR-INGENIEUR

genehmigte Dissertation

von

Nico Petry  
aus  
Oberhausen

Referent: Prof. Dr.-Ing. F.-K. Benra  
Korreferent: Prof. Dr.-Ing. J. Seume  
Tag der mündlichen Prüfung: 24.11.2011



## Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Strömungsmaschinen im Institut für Energie- und Umweltverfahrenstechnik der Universität Duisburg-Essen im Rahmen einer Kooperation mit der Siemens AG. Während dieser Zeit war ich als externer Mitarbeiter im Versuchsfeld der Siemens AG in Duisburg beschäftigt.

An erster Stelle danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Friedrich-Karl Benra für die Anregung zu dieser Arbeit und die stets wohlwollende Unterstützung sowie die zahllosen Fachdiskussionen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Seume danke ich für die kritische Durchsicht der Dissertation und die Übernahme des Korreferats.

Mein ganz besonderer Dank gilt Herrn Knörr, der während meiner Tätigkeit stets dafür gesorgt hat, dass ich mich auf die technischen Aspekte meiner Arbeit konzentrieren konnte. Des Weiteren danke ich ihm für die zahlreichen Diskussionen und Anregungen.

Ferner bedanke ich mich bei allen Institutsangehörigen sowie den Mitarbeitern des Versuchsfeldes, die durch ihr Mitwirken und ihren persönlichen Einsatz zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen haben. Hervorheben möchte ich Herrn Kevin Gehre, der für die Instrumentierung des Verdichters verantwortlich war, sowie Herrn Dr.-Ing. Björn Will, mit dem ich viele anregende Diskussionen über die Strömung in Kavitäten geführt habe. Herrn Dr.-Ing. Sven König möchte ich für die ergebnisreiche und förderliche Zusammenarbeit danken.

Weiterhin geht mein Dank an Herrn Dr.-Ing. Theodor Wallmann für die hilfreichen Anregungen zum Thema der Einflussgrößen von Druckschwankungen in Verdichtern.

Meinem langjährigen Freund Herrn Dr.-Ing. Kenny Saul danke ich für das Korrekturlesen meiner Arbeit.

Meinen Eltern Petra und Hans Werner Petry danke ich für den Rückhalt und die Unterstützung, die sie mir während der Erstellung dieser Arbeit entgegen gebracht haben. Nicht zuletzt bedanke ich mich bei meiner Freundin Michelle Bruns für ihre Geduld und das Verständnis für meine Situation, insbesondere in der Endphase meiner Promotion.



---

## Kurzfassung

---

Zur Untersuchung der Anregung von Laufradeigenschwungsformen sowie von akustischen Eigenmoden im Verdichtergehäuse ist ein einstufiger Hochdruck-Radialverdichter mit einer Vielzahl zeitlich hochauflösender Sensoren sowohl auf der Stator- als auch auf der Rotorseite instrumentiert worden. Die Daten aus dem Rotorsystem werden mittels eines Telemetriesystems ins ruhende System übertragen. Ergänzend zu den zeitlich hochauflösenden Sensoren ist der Verdichter mit konventioneller Messtechnik ausgestattet, die zur Bestimmung des Verdichterbetriebspunktes und der Schallgeschwindigkeit sowie zur Untersuchung der Radseitenraumströmung und der Strömungssymmetrie dient. Der Verdichter wird für verschiedene Eintrittsbedingungen von einer Start- auf eine Enddrehzahl beschleunigt, währenddessen die Messdaten der zeitlich hochauflösenden und konventionellen Messtechnik simultan und kontinuierlich aufgezeichnet werden. Dabei werden Druckniveaus von bis zu 30 bar im Verdichter eingestellt. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Anregung struktureller und akustischer Eigenschwungsformen durch drehzahlharmonische Druckschwankungen, die aus der Interaktion des Laufrades mit den Leiträdern resultieren.

Durch die Interaktion des Laufrades und der im Verdichter vorhandenen Leiträder entstehen Druckmuster, die im Verdichter rotieren. Diese Druckmuster besitzen eine diskrete Anzahl Druckmaxima und bzgl. des Rotorsystems Frequenzen,

die sich aus Linearkombinationen der Schaufelzahlen der verschiedenen Leiträder ergeben. Die Amplituden der Druckschwankungen hängen vom Betrachtungspunkt ab, welcher durch eine örtliche Position im Verdichter sowie einen Betriebspunkt des Verdichters definiert ist. Bei gleicher örtlicher Position und konstant angenommenen Strömungsbedingungen (gleiche Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades) sind die Druckschwankungen abhängig vom Eintrittsdruck, dem Isentropenexponenten und der Umfangsmachzahl.

Wird der Verdichter mit beschaufeltem Diffusor betrieben, sind die Druckschwankungen um ca. den Faktor 20 höher als im Betrieb mit unbeschaufeltem Diffusor. Auch Druckmuster, die scheinbar aus der Interaktion des Laufrades mit anderen Statorschaufelreihen resultieren, werden essentiell durch die Diffusorschaufeln beeinflusst. So steigt die Resonanzamplitude einer Laufradeigenschwingungsform, die durch ein Druckmuster angeregt wird, das bei rein mathematischer Betrachtung aus der Interaktion des Laufrades und den Rückführschaufeln resultiert, um den Faktor vier, wenn der Verdichter mit beschaufeltem Diffusor betrieben wird.

Eine Resonanzanregung des Laufrades erfolgt, wenn die Modenordnung eines aus der Laufrad/Leitrad-Interaktion resultierenden Druckmusters einer modalen Komponente einer Laufradeigenschwingungsform entspricht und die Frequenz des Druckmusters der zur Laufradeigenschwingungsform zugehörigen Eigenfrequenz gleicht. Mittels einer Modalanalyse werden die Eigenschwingungsformen sowie die zugehörigen Eigenfrequenzen und Dämpfungswerte für atmosphärische Bedingungen bestimmt. Basierend auf diesen Daten werden die Resonanzdrehzahlen berechnet. Diese stimmen gut mit den experimentell bestimmten überein. Geringe Abweichungen sind dadurch begründet, dass die Laufradstruktur und das umgebende Fluid ein gekoppeltes System bilden, dessen Eigenfrequenzen von denen des separat betrachteten Laufrades abweichen. Für die eingestellten Druckniveaus im Verdichter sind die Unterschiede gering. Dennoch zeigen die Ergebnisse, dass mit steigendem Druckniveau bzw. mit höherer Fluidichte eine gekoppelte Betrachtung der Struktur und des umgebenden Fluids relevant wird. Ferner sind die Dehnungsamplituden im Resonanzfall nahezu unabhängig vom eingestellten Druckniveau. Dies ist darin begründet, dass die aus den Druckmustern resultierenden, anregenden Kräfte in gleichem Maße wie die aerodynamische Dämpfung des Laufrades mit steigendem Druckniveau zunehmen.

Mit Hilfe einer *Harmonic Response Analysis* können anhand gemessener Dehnungen die maximalen Spannungen im Bauteil abgeschätzt werden. Diese sind

für alle untersuchten Resonanzstellen gering und nicht bauteilgefährdend.

Analog zur Anregung des Laufrades werden akustische Eigenmoden in den Radseitenräumen des Verdichters durch drehzahlharmonische Druckschwankungen angeregt. Die Anregung erfolgt, wenn das anregende Druckmuster die gleiche Modenordnung wie der akustische Eigenmode besitzt und Frequenzgleichheit bzgl. des gleichen Bezugssystems herrscht. Die Detektion der akustischen Moden erfolgt über konventionelle, zeitlich hochauflösende Drucksensoren. Mittels einer Finiten Elemente Rechnung werden die akustischen Eigenmoden und -frequenzen bestimmt. Aufbauend auf diesen Daten und einem Anregungsmodell können die akustischen Resonanzstellen im Verdichterkennfeld prognostiziert und Resonanzüberhöhungen in Drucksignalen akustischen Moden zugeordnet werden. Die Frequenzen der akustischen Eigenmoden in den Radseitenräumen werden maßgeblich durch die dort herrschende Strömung des Fluides beeinflusst. Diese ist durch eine hohe Rotationsgeschwindigkeit gekennzeichnet. Die Rotationsgeschwindigkeit der Strömung und die Phasengeschwindigkeit des akustischen Eigenmodes überlagern sich, so dass die Frequenzen der akustischen Eigenmoden bzgl. des Statorbezugssystems aus der Summe beider Geschwindigkeiten folgen.

Im Gegensatz zu den Ergebnissen aus Berechnungen treten die akustischen Eigenmoden in den meisten Fällen nicht gekoppelt in beiden Radseitenräumen auf, sondern separat und räumlich getrennt in nur einer der beiden Kavitäten. Im Resonanzfall besitzen die Amplituden akustischer Moden zum Teil die gleiche Größenordnung wie die Druckschwankungen, die aus der direkten Interaktion von Laufrad- und Diffusorscheufeln resultieren.





---

## Abstract

---

To investigate the excitation of structural eigenmodes of the impeller as well as acoustic eigenmodes in the housing of the compressor, a single-stage high-pressure centrifugal compressor was equipped with multiple fast responding sensors. The sensors are located both in the stator as well as in the rotor frame of reference. The transmission of the signals from the rotor to the stator system is accomplished via a telemetric system. In addition, the compressor is equipped with steady-state instrumentation to determine the compressor's operating point and the speed of sound inside the compressor housing. Further on, the flow in the side cavities and the symmetry of the flow in the compressor is analyzed based upon the steady-state data. During the tests, the compressor is accelerated from a start to an end rotational speed for different inlet conditions of the compressor while the data of the fast responding and conventional sensors are simultaneously recorded. The maximum adjusted pressure level in the compressor is 30 bar. The current work focuses on the excitation of structural and acoustic eigenmodes due to rotational speed harmonic pressure fluctuations resulting from the rotor/stator-interaction.

Due to the interaction of the impeller blades and the vanes of the different stator cascades, pressure patterns with certain numbers of lobes rotate in the compressor. The frequencies of these patterns with respect to the rotor reference frame

result from linear combinations of the different numbers of stator vanes. The amplitudes of the pressure fluctuations depend on the point of consideration, which is defined by a certain local position in the compressor and the compressor operating point. For a certain local position and constant flow conditions (similar velocity triangles at the in- and outlet of the impeller) the pressure fluctuations depend on the inlet pressure, the isentropic exponent and the circumferential Mach number.

Operating the compressor with a vaned diffuser leads to pressure fluctuations, which are higher by approximately a factor of 20 compared to the case of the vaneless diffuser. Even pressure patterns which apparently exist due to the interaction of the impeller blades with other stator vanes are influenced by the diffuser vanes. For instance, the strain amplitude during the resonance of a structural eigenmode, which is excited by a pressure pattern, resulting from the interaction of the impeller blades and the return guide vanes (from a mathematical standpoint), is increased by a factor of four in the case where the compressor is operated with a vaned diffuser.

The impeller is excited in resonance by the rotating pressure patterns, if the number of lobes of the pressure pattern equals a modal component of the structural eigenmode and if the excitation frequency is similar to the corresponding impeller eigenfrequency. Via a modal analysis the impeller structural mode shapes, as well as the corresponding eigenfrequencies and damping values, are determined for atmospheric conditions. Based on these data, the rotational speeds of resonance are calculated. These are in good agreement with experimentally obtained speeds. Small deviations are caused by the coupling of the impeller and the surrounding fluid: the eigenfrequencies of the coupled system deviate from those of the separately considered impeller. For the adjusted pressure levels of the fluid in the compressor, the deviations are small. Nevertheless, the results point out that for higher pressure levels and fluid densities, respectively, a coupled consideration of the impeller and the surrounding fluid becomes relevant.

Moreover, the strain amplitudes during the resonance are nearly independent of the pressure level in the compressor: For a rising pressure level, excitation forces caused by the pressure fluctuations increase in the same manner as the aerodynamic damping of the structure. Thus, both effects cancel each other.

By means of a harmonic response analysis and measured strain amplitudes during resonance, the maximum stress amplitudes in the impeller are estimated. For the investigated resonances, the estimated stresses are small and not dangerous

for the impeller structure.

Analogous to the excitation of the impeller, acoustic eigenmodes in the side cavities of the compressor are excited by those pressure fluctuations, which are harmonics of the rotational speed. An excitation takes place, if the exciting pressure pattern exhibits the same circumferential order as an acoustic mode and if both frequencies are similar with respect to the same reference frame. The detection of the acoustic pressure fluctuations occurs by conventional pressure transducers. Via a Finite Element Analysis, the acoustic mode shapes and eigenfrequencies are calculated. Based on these data and an excitation model, the operating points of resonance in the compressor map can be predicted and pressure peaks can be assigned to acoustic eigenmodes. The frequencies of the acoustic modes in the side cavities are significantly influenced by the prevailing flow. This flow is characterized by a high rotational velocity. The rotational velocity of the flow and the phase velocity of the acoustic eigenmode interfere with each other, so that the frequencies of the acoustic eigenmodes with respect to the stator frame of reference follow from the sum of both velocities.

Contrary to the calculations, in the most cases, the acoustic modes do not simultaneously appear in both side cavities, but separately in one of the two cavities. In the case of resonance, the amplitudes of the acoustic modes partly exhibit the same magnitude as the pressure fluctuations which directly follow from the interaction of the impeller blades and the diffuser vanes.



---

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>Nomenklatur</b>	<b>XVII</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1. Inhalt, Ziel und Gliederung der Dissertation . . . . .	2
<b>2. Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1. Freie Schwingungen mechanischer Strukturen . . . . .	8
2.2. Erzwungene Schwingungen mechanischer Strukturen . . . . .	9
2.3. Eigenschwingungsformen kreisrunder Platten . . . . .	10
2.4. Resonanzbedingungen geschlossener Laufräder . . . . .	14
2.5. Akustische Eigenschwingungsformen . . . . .	16
2.5.1. Lineare Wellengleichung der Akustik . . . . .	17
2.5.2. Resonanter Zylinder . . . . .	18
2.6. Radseitenraumströmung . . . . .	21
2.7. Stand der Forschung und Literaturüberblick . . . . .	25
<b>3. Versuchsstand</b>	<b>33</b>
3.1. Versuchsstandbeschreibung . . . . .	33
3.2. Modalanalyse des Laufrades . . . . .	36
3.3. <i>Harmonic Response Analysis</i> . . . . .	43
3.4. Akustische Eigenschwingungsformen im Verdichter . . . . .	49
3.5. Versuchsdurchführung . . . . .	55

<b>4. Messtechnik</b>	<b>61</b>
4.1. Instrumentierung . . . . .	61
4.1.1. Schnelle Messtechnik . . . . .	62
4.1.2. Langsame Messtechnik . . . . .	71
4.2. Messgenauigkeit . . . . .	74
4.2.1. Schnelle Messtechnik . . . . .	74
4.2.2. Langsame Messtechnik . . . . .	82
4.2.3. Zusammenfassung . . . . .	82
4.3. <i>Dithering</i> . . . . .	83
4.3.1. Theoretische Betrachtung . . . . .	85
4.3.2. Parameterstudie . . . . .	87
4.3.3. Anwendung der Ergebnisse auf die konkrete Messaufgabe	92
4.3.4. Genauigkeit bzgl. der Phasenbestimmung . . . . .	95
4.3.5. Zusammenfassung . . . . .	96
<b>5. Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>99</b>
5.1. Formale Konventionen zur Darstellung experimenteller Ergebnisse	100
5.2. Signalverarbeitung - Methodik der Datenauswertung . . . . .	100
5.3. Einflussgrößen bezüglich der Druckschwankungen im Verdichter .	103
5.3.1. Theoretische Betrachtung . . . . .	104
5.3.2. Experimentelle Betrachtung . . . . .	107
5.4. Reproduzierbarkeit der Messergebnisse . . . . .	114
5.5. Laufrad/Leitrad-Interaktion . . . . .	116
5.5.1. Anregung der Laufradstruktur . . . . .	126
5.5.2. Rotierende oder ortsfeste Knotendurchmesser . . . . .	135
5.5.3. Einfluss der Diffusorbeschaufelung . . . . .	140
5.5.4. Kopplung des Laufrades und des umgebenden Fluids . . .	144
5.6. Radseitenraumströmung . . . . .	148
5.7. Akustische Resonanzen . . . . .	155
5.7.1. Experimenteller Nachweis . . . . .	163
5.7.2. Anmerkung zum Anregungsmodell . . . . .	193
5.7.3. Einfluss der Verdichterbeschleunigung auf Resonanzen . .	194
<b>6. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>197</b>
6.1. Zusammenfassung . . . . .	198
6.2. Ausblick . . . . .	200
<b>A. Unsicherheiten in der Bestimmung der Resonanzmachzahlen</b>	<b>203</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>209</b>
<b>Curriculum Vitae</b>	<b>221</b>

---

## Abbildungsverzeichnis

---

2.1. Eigenschwingungsformen kreisrunder Platten . . . . .	11
2.2. Verlauf der charakteristischen Gleichung einer perfekten und einer nicht-perfekten Scheibe . . . . .	12
2.3. Druckverteilung in einem Zylinder für verschiedene akustische Mo- den . . . . .	20
2.4. Vier-Schichtenmodell . . . . .	22
2.5. Strömungsregime in Kavitäten mit einer rotierenden Wand . . .	24
3.1. Versuchsstand . . . . .	35
3.2. Finite Elemente Modell des Laufrades . . . . .	37
3.3. Bestimmung der Dämpfung aus der Halbwertsbreite . . . . .	38
3.4. Eigenschwingungsformen des Laufrades . . . . .	41
3.5. Anregende Druckverteilung (sechs Maxima) auf der Deckscheibe des Laufrades . . . . .	44
3.6. Von-Mises Dehnungen in der Laufradstruktur . . . . .	45
3.7. Schwingungsantwort des Laufrades im Resonanzfall . . . . .	47
3.8. Rechengebiet zur Berechnung der akustischen Eigenmoden . . . .	50
3.9. Globale akustische Eigenschwingungsform . . . . .	51
3.10. Lokale akustische Eigenschwingungsformen . . . . .	52

3.11. Akustische Eigenschwingungsformen (reduziertes Rechengebiet) .	54
3.12. Exemplarische Darstellung zweier Hochläufe im Verdichterkennfeld	59
4.1. Übersicht der schnellen Messtechnik . . . . .	63
4.2. Fotos der schnellen Messtechnik . . . . .	64
4.3. Foto des Laufrades im teilinstrumentierten Zustand . . . . .	67
4.4. Steckerring und Telemetrie-Sendeeinheit . . . . .	68
4.5. Positionierung der DMS . . . . .	70
4.6. Langsame Messtechnik - Radseitenräume . . . . .	72
4.7. Symmetriemessstellen . . . . .	73
4.8. Linearität . . . . .	76
4.9. Hysterese . . . . .	77
4.10. Übertragungsfunktion der Telemetrie . . . . .	82
4.11. Gegenüberstellung des Nutz-, Rausch- und Summensignals . . . .	86
4.12. Vergleich des analogen Nutzsignals und des digitalen Summensignals abzüglich des Rauschens . . . . .	87
4.13. Mittlere, relative Abweichung aufgrund der Digitalisierung . . . .	88
4.14. Mittlere, relative Abweichung in Abhängigkeit von der Samplezahl	91
4.15. Versuchsaufbau zum Thema <i>Dithering</i> . . . . .	92
4.16. Vergleich der gemessenen Rauschsignale zu synthetisch erzeugtem, normalverteiltem Rauschen . . . . .	93
4.17. Vergleich der rechnerisch und experimentell ermittelten relativen Abweichungen . . . . .	94
4.18. Absolute Abweichung der Phase des digitalen Summensignals vom Referenzwert . . . . .	96
5.1. Verarbeitung und Selektion der Messdaten . . . . .	102
5.2. EO-Diagramm . . . . .	103
5.3. Vergleich der Druckschwankungen im Verdichter bei unterschiedlichen Eintrittsdrücken und unterschiedlichen Gasgemischen . . .	108
5.4. Vergleich der normierten Druckschwankungen im Verdichter bei unterschiedlichen Eintrittsdrücken . . . . .	110
5.5. Vergleich der normierten Druckschwankungen im Verdichter bei unterschiedlichen Gasgemischen . . . . .	112
5.6. Vergleich der Durchflussziffern für unterschiedliche Gasgemische .	113
5.7. Reproduzierbarkeit der Druckschwankungen . . . . .	115
5.8. Reproduzierbarkeit der Dehnungsamplituden . . . . .	116



5.9. Druckverteilung auf der Radscheibe . . . . .	119
5.10. Gemittelte, drehzahlharmonische Anteile der Druckschwankung bzgl. des Rotorsystems . . . . .	124
5.11. Detektierte Dehnungsamplituden im Resonanzfall . . . . .	130
5.12. Vergleich der gemessenen Dehnungsamplituden von <i>DMS1</i> und <i>3</i> im Falle verschiedener Resonanzstellen . . . . .	137
5.13. Vergleich der Druckschwankungen mit und ohne beschaufeltem Diffusor . . . . .	141
5.14. Vergleich der Dehnungsamplituden während der Resonanz der Laufradeigenschwingungsform $m_{st} = 5$ für zwei Hochläufe mit und ohne beschaufeltem Diffusor . . . . .	143
5.15. Resonanzpeaks der Laufradeigenschwingungsform $m_{st} = 5$ für un- terschiedliche Druckniveaus . . . . .	145
5.16. Einfluss des Druckniveaus auf die Resonanzfrequenz und Dämp- fung der Laufradeigenschwingungsform $m_{st} = 5$ . . . . .	147
5.17. Druckverteilung in Umfangsrichtung für zwei verschiedene Posi- tionen im Verdichter und zwei unterschiedliche Betriebspunkte .	150
5.18. Radiale Verteilung des Drucks und des Kernrotationsfaktors in der Rad- und Deckscheibenkavität . . . . .	151
5.19. Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradaustritt für zwei unterschied- liche Betriebspunkte . . . . .	152
5.20. Einordnung der Strömung in den Radseitenräumen nach Daily und Nece . . . . .	154
5.21. Bezugssysteme . . . . .	157
5.22. Schematisch dargestelltes Vorgehen zur Bestimmung der Reso- nanzmachzahlen . . . . .	160
5.23. Übersicht über die theoretisch innerhalb des Drehzahlregelbereichs vorhandenen akustischen Resonanzen in der Deckscheibenkavität für einen Hochlauf in der Kennfeldmitte ( <i>run-up29</i> ) . . . . .	164
5.24. EO-Spektrogramm für die Deckscheibenkavität und einen Hoch- lauf in der Kennfeldmitte . . . . .	167
5.25. Gemittelte, drehzahlharmonische Anteile der Druckschwankung bzgl. des Statorbezugssystems . . . . .	169
5.26. EO-Spektrogramm für die Deckscheibenkavität und einen Hoch- lauf in der Kennfeldmitte (prognostizierte Werte gelten unter Ver- nachlässigung der Radseitenraumströmung) . . . . .	171

5.27. Vergleich der drehzahlharmonischen Anteile der Druckschwankungen in der Deckscheibenkavität für zwei Hochläufe an der Schluckgrenze und der Kennfeldmitte . . . . .	172
5.28. EO-Spektrogramm für die Radscheibenkavität und einen Hochlauf in der Kennfeldmitte . . . . .	174
5.29. EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = -16$ . . . . .	178
5.30. Radiale Position der Druckmaxima berechneter akustischer Eigenmoden . . . . .	180
5.31. EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = -37$ . . . . .	183
5.32. EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = -15$ . . . . .	185
5.33. EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = 7$ . . . . .	188
5.34. Phasen- und Kohärenzdiagramme für die Sensoren $p$ - $R$ - $DK1$ und $p$ - $R$ - $DK2$ bzgl. des drehzahlharmonischen Anteils $f^{*R} = 10$ . . .	192
5.35. Vergleich der 30EO-Diagramme der Sensoren $p$ - $R$ - $DK1$ und $p$ - $R$ - $DK2$ für einen Hochlauf an der Schluckgrenze . . . . .	195
A.1. Maximaler relativer Fehler der Resonanzmachzahl . . . . .	207

---

## Tabellenverzeichnis

---

3.1.	Laufraddaten . . . . .	35
3.2.	Varianten des Versuchsaufbaus . . . . .	35
3.3.	Ergebnisse der Modalanalyse . . . . .	40
3.4.	Einfluss des anregenden Druckmusters auf die resultierenden maximalen Spannungen im Bauteil . . . . .	48
3.5.	Vergleich der Eigenfrequenzen von ge- und entkoppelten akustischen Moden . . . . .	55
3.6.	Messmatrix . . . . .	58
4.1.	schnelle Messtechnik - Laufrad . . . . .	65
4.2.	schnelle Druckmesstechnik - Stator . . . . .	66
4.3.	Vergleich der maximalen von-Mises Dehnungen im Bauteil mit den Dehnungen an den Messorten . . . . .	71
4.4.	Linearität, Hysterese und Eigenfrequenzen der Drucksensoren . .	75
4.5.	Genauigkeit bzgl. der verschiedenen Messaufgaben . . . . .	83
5.1.	Anregung der Laufradstruktur durch TSM . . . . .	127



---

# Nomenklatur

---

## Koordinatensysteme

A	akustisches Bezugssystem
R	Rotorbezugssystem
S	Statorbezugssystem

## Verwendete Symbole

$a$	m/s	Schallgeschwindigkeit
$A$	N bzw. m	Amplitude
$b$	m	Breite
$B$	-	Anzahl der Laufradschaufeln
$c$	m/s	Absolutgeschwindigkeit
$d$	kg/s	Dämpfung
$D$	mm	Durchmesser
$\mathbf{D}$	kg/s	Dämpfungsmatrix
$E$	N/mm <sup>2</sup>	Elastizitätsmodul
$f$	Hz	Frequenz
$f^*$	-	auf die Drehzahl bezogene Frequenz
$f$	-	Anzahl der Freiheitsgrade
$F$	N	Kraft

<b>F</b>	N	Kraftvektor
<i>G</i>	-	dimensionslose Spaltbreite
<i>h</i>	m	Höhe
<i>j</i>	-	harmonischer Laufradindex
<i>J</i>	-	Besselfunktion
<i>k</i>	-	harmonischer Leitradindex
<i>k</i>	kg/s <sup>2</sup>	Steifigkeit
<b>K</b>	kg/s <sup>2</sup>	Steifigkeitsmatrix
<i>l</i>	m	Kraftangriffspunkt
<i>m</i>	kg	Masse
<i><math>\dot{m}</math></i>	kg/s	Massenstrom
<i>m</i>	-	Anzahl radial verlaufender Knotenlinien (auch als Modenordnung und Knotendurchmesser bezeichnet)
<i>M</i>	g/mol	molare Masse
<i>M</i>	-	Machzahl
<b>M</b>	kg	Massenmatrix
<i>n</i>	-	Anzahl in Umfangsrichtung verlaufender Knotenlinien
<i>n</i>	rpm	Drehzahl
<i>N</i>	-	Anzahl diskreter Werte
<i>p</i>	Pa	Druck
<i>q<sub>p</sub></i>	-	Druckziffer
<i>r</i>	m	radiale Koordinate
<i>R</i>		universelle Gaskonstante: 8,3145J/(mol · K)
<i>R<sub>i</sub></i>	J/(g · K)	individuelle Gaskonstante
<i>R</i>	mm	Radius
<i>Re</i>	-	Reynoldszahl
<i>t</i>	s	Zeit
<i>S</i>	rpm/min bzw. Hz/s	Änderungsrate der Drehzahl
<i>T</i>	s	Periodendauer
<i>T</i>	K	Temperatur
<i>u</i>	m	axiale Auslenkung
<i>u</i>	m/s	Umfangsgeschwindigkeit
<i>U</i>	V	Spannung
<i>v</i>	m/s	Geschwindigkeit bzw. Schnelle
<i>V</i>	-	Anzahl der Leitradschaukeln
<i><math>\dot{V}</math></i>	m <sup>3</sup> /s	Volumenstrom

---

$w$	m/s	Relativgeschwindigkeit
$x$	%	Volumenanteil
$\mathbf{x}$	m	Koordinatenvektor
$x(n)$	-	reellwertiges, diskretes Signal
$X(k)$	-	komplexe Fourierkoeffizienten
$y$	J/kg	polytrope Strömungsarbeit
$Y$	-	Neumannfunktion
$z$	m	axiale Koordinate
$\alpha$	rad	geometrischer Abstand zweier Sensoren
$\beta$	-	Kernrotationsfaktor
$\delta$	1/s	Dämpfungskonstante
$\epsilon$	$\mu\text{m}/\text{m}$	Dehnung
$\eta$	-	auf die Eigenfrequenz bezogene Frequenz
$\eta$	-	Wirkungsgrad
$\gamma$	-	Beträge der komplexen Fourierkoeffizienten
$\kappa$	-	Isentropenexponent
$\lambda$	-	Eigenwert
$\nu$	$\text{m}^2/\text{s}$	kinematische Viskosität
$\omega$	1/s	Rotationsgeschwindigkeit
$\omega$	1/s	Kreisfrequenz
$\Omega$	1/s	Kreisfrequenz der harmonischen Anregung
$\Phi$	rad oder Grad	Phasenwinkel
$\Phi_D$	-	Durchflussziffer
$\rho$	$\text{kg}/\text{m}^3$	Dichte
$\sigma$	MPa	mechanische Spannung
$\sigma$	-	Standardabweichung
$\Theta$	rad oder Grad	Umfangsposition
$\zeta$	-	Lehrsches Dämpfungsmaß

**Indizes**

0	Gleichanteil
0	ungedämpft
1	Saugstutzen
2	Laufradaustritt
8	Druckstutzen
a	Ausgang
ac	Akustik
A	akustisches Bezugssystem
design	Auslegungspunkt
Dif	Diffusor
DK	Deckscheibenkavität
e	Eingang
exp	experimentell
ELA	Eintrittsleitradapparat
FEA	Finite Elemente Analyse
FEM	Finite Elemente Modell
haupt	Hauptkomponente
i	innen
i	individuell
kop	gekoppelt
max	maximal
min	minimal
p	polytrop
p	Druck
ph	Phase
RFB	Rückführbeschaufelung
r	radial
res	Resonanz
RK	Radscheibenkavität
RS	Radseitenraum
s	<i>sampling</i>
shaft	Welle
splitting	Splitting
st	Struktur
t	total



TS	Tyler/Sofrin
u	Umfang
von-Mises	von-Mises
$\varphi$	Umfangsrichtung

## Abkürzungen

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
Cr	Chrom
DK	Deckscheibenkavität
DMS	Dehnungsmessstreifen
ELA	Eintrittsleitapparat
EO	<i>Engine Order</i> bzw. Drehzahlharmonische
FEM	Finite Elemente Modell
FRF	<i>Frequency Response Function</i>
He	Helium
HRA	<i>Harmonic Response Analysis</i>
LA	Laufgradkanal
LD	Labyrinthdichtung
LSB	<i>Least Significant Bit</i>
N <sub>2</sub>	Stickstoff
Ni	Nickel
PCM	<i>Pulse Code Modulation</i>
RFB	Rückführbeschaufelung
RK	Radscheibenkavität
RR	Ringraum
STFT	<i>Short Time</i> bzw. gefensterte Fourier Transformation
TSM	Tyler/Sofrin-Moden



# KAPITEL 1

---

## Einleitung

---

Der Einsatzbereich von Radialverdichtern reicht seit vielen Jahren vom Personenkraftwagen über die Hüttenindustrie bis hin zur chemischen Industrie. Im PKW als Turbolader genutzt, um den Gemischdurchsatz pro Arbeitstakt des Motors zu erhöhen, dient der Verdichter in der petrochemischen Verfahrenstechnik, in der Erdgasverarbeitung und in Erdölverarbeitungswerken sowie in vielen anderen Bereichen als Prozessverdichter, um Fluide zu fördern oder auf ein für die Verarbeitung erforderliches Druckniveau zu bringen. Als Radialgebläse dient der Verdichter unter anderem zur Kühlung und findet seinen Einsatz z.B. als Hochofengebläse. Auch im täglichen Leben findet der Radialverdichter Anwendung. So wird der Verdichter z.B. in Staubsaugern zur Erzeugung des Unterdrucks genutzt oder in Wärmepumpen zur Erwärmung und Förderung des Kältemittels.

Die Entwicklung der Radialverdichter führt zu immer effizienteren Maschinen und höheren Druckniveaus bei möglichst kompakter Bauweise des Verdichters. Die aerodynamische sowie mechanische Auslegung des Verdichters im Allgemeinen und besonders des Verdichterlaufrades stellt daher eine immer größer werdende Herausforderung dar. Kompakte Bauweisen sowie die Forderung der Aero-

dynamik nach möglichst schlanken Schaufeln stellen hohe Anforderungen an die Genauigkeit von Festigkeitsprognosen. Des Weiteren steigt das Potential möglicher Anregungsmechanismen für Laufradschwingungen mit steigendem Druckniveau bzw. mit einer erhöhten Arbeitsumsetzung im Verdichter. Daher sind für verlässliche Vorhersagen der Laufradlebensdauer neben den spezifischen Eigenschaften des Laufrades, wie den Eigenfrequenzen, den zugehörigen Eigenschwingungsformen und Dämpfungseigenschaften, Kenntnisse über die verschiedenen Anregungsmechanismen notwendig. Diese Anregungsmechanismen sind im Allgemeinen dynamische Phänomene im Verdichter, wie rotierende Ablösungen oder Laufrad/Leitrad-Interaktionen aber auch akustische Resonanzen, die ebenfalls die Laufradstruktur anregen können. Ferner kann bei Hochdruck-Verdichtern das Laufrad nicht separat betrachtet werden. Eigenfrequenzen sowie die Dämpfung des Laufrades werden maßgeblich durch das umgebende Fluid beeinflusst. Des Weiteren sind die aufgeführten Phänomene ausschlaggebend für die Schall-emission der Verdichter, welche zunehmend in den Fokus der Forschung rückt. Die Entwicklung eines grundlegenden Verständnisses über die verschiedenen dynamischen Phänomene ist daher von hohem Interesse und essentieller Wichtigkeit für die Integrität von Verdichtern.

## **1.1. Inhalt, Ziel und Gliederung der Dissertation**

Eine Durchsicht vorhandener Literatur zeigt (siehe Kap. 2.7), dass die aeroakustischen<sup>1</sup> bzw. aeroelastischen<sup>2</sup> Phänomene in Turbomaschinen noch nicht ausreichend verstanden sind. Aus diesem Grund initiierte die Siemens AG ein Forschungsprojekt in Kooperation mit dem Lehrstuhl für Strömungsmaschinen der Universität Duisburg-Essen. Im Rahmen dieses Projektes wurden bzw. werden die Interaktionen zwischen akustischen und aerodynamischen Phänomenen sowie strömungsführenden Bauteilen sowohl theoretisch als auch experimentell untersucht.

Inhalt dieser Dissertation ist die Untersuchung der drehzahlharmonischen Druckschwankungen, die aus der Interaktion des Laufrades des Verdichters mit installierten Leiträdern resultieren. Nicht drehzahlharmonische Druckschwankungen sind ebenfalls Gegenstand des oben beschriebenen Projektes jedoch aufgrund

---

<sup>1</sup>Aeroakustische Phänomene sind Wechselwirkungen zwischen akustischen Moden und konventionellen aerodynamischen Strömungseffekten.

<sup>2</sup>Aeroelastische Phänomene sind Wechselwirkungen zwischen Fluid und Struktur.

der Komplexität der einzelnen Themengebiete bewusst nicht Teil dieser Arbeit. Durch die Interaktion entstehen Druckverteilungen (Druckmuster), die im Verdichter rotieren. Diese regen die Laufradstruktur zu Schwingungen an. Ferner wird angenommen, dass ebenfalls der Gaskörper innerhalb des Verdichtergehäuses durch diese Druckschwankungen zu Schwingungen angeregt wird. Die Schwingungen des Gaskörpers sind besser bekannt als akustische Schwingungen bzw. akustische Moden. Sowohl die Laufradstruktur als auch der Gaskörper im Verdichtergehäuse sind durch ihre Eigenfrequenzen und die zugehörigen Eigenschwingungsformen charakterisiert.

Stimmt die Form eines rotierenden Druckmusters mit einer Eigenschwingungsform des Laufrades überein, wird dieses zu Schwingungen angeregt. Gleicht ferner die Anregungsfrequenz der zur Laufradeigenschwingungsform zugehörigen Eigenfrequenz, antwortet das Laufrad mit erhöhten Schwingungsamplituden (Resonanz).

Analog wird unter bestimmten Bedingungen erwartet, dass akustische Eigenmoden in Resonanz angeregt werden. Die daraus resultierenden Druckschwankungen können aufgrund der effektiven Anregung (Struktureigenschwingungsformen und akustische Moden gleichen einander) zu hohen Laufradschwingungen führen, obwohl die absolut betrachteten Druckschwankungsamplituden gering sind.

Die vorliegende Arbeit fokussiert auf die experimentellen Untersuchungen, die an einem Hochdruck-Verdichter im Versuchsfeld der Siemens AG in Duisburg durchgeführt worden sind. Dieser ist, ergänzend zur konventionellen Messtechnik, mit einer Vielzahl von zeitlich hochauflösenden Drucksensoren sowie Dehnungsmessstreifen auf der Rotor- und der Statorseite ausgestattet worden, um die verschiedenen dynamischen Phänomene zu detektieren. Inhalt der vorgelegten Arbeit ist die Beschreibung der experimentellen Verfahren (Versuchsstand, installierte Messtechnik sowie Messgenauigkeit, Methoden und Verfahren der Datenreduktion), die Darstellung der experimentellen Ergebnisse und deren Verknüpfung mit dem aktuellen Stand der Forschung. Ergebnisse von theoretischen Arbeiten, welche sowohl Strömungssimulationen des Verdichters, als auch Akustik- und Strukturberechnungen umfassen, werden zum Vergleich und als unterstützendes Werkzeug bei der Auswertung und Interpretation der Messdaten genutzt. Nicht vom Autor dieser Arbeit durchgeführte Arbeiten sind mittels einer Referenzangabe kenntlich gemacht.

Ziel der Dissertation ist es, ein grundlegendes Verständnis über die Schwingungsanregung der Laufradstruktur und akustischer Eigenmoden durch im Verdichter

auftretende drehzahlharmonische Druckschwankungen zu erhalten. Im Hinblick auf die steigenden Druckniveaus zukünftiger Radialverdichter und die damit verbundenen hohen Gasdichten ( $> 300\text{kg/m}^3$ ) wird diese Untersuchung an einem Hochdruck-Radialverdichter durchgeführt. Auf diese Weise können mögliche (relevante) Kopplungseffekte des Laufrades und des umgebenden Fluids studiert werden. Diese Effekte gewinnen aufgrund der höheren Druckniveaus bzw. der höheren Gasdichten bzgl. der Vorhersage von Resonanzdrehzahlen immer mehr an Relevanz.

Aufgrund der Vielzahl von akustischen und strukturellen Resonanzen im Betriebsbereich des Verdichters können diese im Allgemeinen nicht gänzlich vermieden werden. Aus diesem Grund sollen Einflussgrößen bzgl. der Resonanzhöhen identifiziert werden, so dass die Relevanz von Resonanzstellen beurteilt werden kann. Ferner ist die Identifizierung von Einflussgrößen ein erster Schritt, um die an dem hier betrachteten Verdichter gewonnenen Erkenntnisse auf andere Maschinen übertragen zu können. Das erlangte Verständnis soll Prognosen bzgl. Resonanzstellen von Strukturkomponenten und akustischen Eigenmoden im Verdichterkennfeld ermöglichen. Diese Prognosen sind Grundlage für eine schallreduzierte und schwingungsarme Auslegung von Verdichtern.

Die Gliederung der Dissertation ist wie folgt:

**Kapitel 2** beinhaltet Grundlagen zu den Themen *Strukturschwingung* und *akustische Eigenschwingungsformen*. Des Weiteren wird die Strömung in zylindrischen Kavitäten mit einer rotierenden Wand beschrieben. Abschließend wird der aktuelle Stand der Forschung vorgestellt und ein Überblick über bereits veröffentlichte Studien gegeben.

**Kapitel 3** umfasst eine Beschreibung des Versuchsstandes. Die Ergebnisse der Modalanalyse des Laufrades werden vorgestellt und die Eigenschwingungsformen detailliert analysiert. Resonanzbedingungen für die Anregung des Laufrades werden mittels *Harmonic Response Analysis* untersucht. Des Weiteren ist die Berechnung der akustischen Eigenmoden Inhalt dieses Kapitels. Grundlegende Eigenschaften der akustischen Moden werden diskutiert. Die Methodik der Versuchsdurchführung wird beschrieben und eine Übersicht über die durchgeführten Versuche gegeben.

Die Beschreibung der im Versuchsstand installierten Sensorik sowie die Diskussion zur Messgenauigkeit ist in **Kapitel 4** zu finden. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der zeitlich hochauflösenden Messtechnik sowie dem Phänomen *Dithering*, mittels dessen Schwankungsgrößen unterhalb der Auflösung eines Analog/Digital-

Wandlers aufgezeichnet werden können.

**Kapitel 5** beinhaltet die experimentellen Ergebnisse. Dabei ist das Augenmerk auf die Identifizierung von Einflussgrößen, die Anregung des Laufrades aufgrund von Laufrad/Leitrad-Interaktion sowie die Anregung akustischer Resonanzen in den Radseitenräumen des Verdichters gerichtet.

**Kapitel 6** fasst die gewonnenen Kenntnisse zusammen. Offene Fragestellungen sowie ein Ausblick auf mögliche Folgeuntersuchungen bilden den Abschluss der Dissertation.





## KAPITEL 2

---

### Grundlagen

---

Zum Verstehen der in dieser Arbeit vorgestellten Auswertungen sind sowohl Kenntnisse über freie sowie erzwungene Schwingungen mechanischer Bauteile notwendig, als auch über akustische Eigenschwingungsformen in zylindrischen Körpern. Aus diesem Grund werden in diesem Kapitel Grundlagen zum Thema schwingungsfähiger Systeme vorgestellt.

Schwingungsfähige Systeme sind Systeme, die mehr als einen Energiespeicher besitzen. Ein schwingendes Fadenpendel besitzt z.B. potentielle und kinetische Energie, die kontinuierlich ineinander übergehen, wobei bei vernachlässigter Reibung die Summe der Energien konstant bleibt. Bei der Schwingung eines Bauteils gehen Formänderungsenergie und kinetische Energie ineinander über. Werden akustische Schwingungen in einem Gaskörper betrachtet, stellen die Orte hohen Schalldrucks Bereiche mit hoher potentieller Energie dar. Bereiche hoher kinetischer Energie sind durch hohe Schallschnellen gekennzeichnet.

Im Anschluss an diese Themen ist die Strömungsstruktur in den Radseitenräumen von Radialverdichtern beschrieben. Diese beeinflusst akustische Eigenmoden, die während des Verdichterbetriebs angeregt werden.

## 2.1. Freie Schwingungen mechanischer Strukturen

Freie Schwingungen, auch als Eigenschwingungen bezeichnet, beschreiben das Schwingungsverhalten eines Systems nach anfänglicher Störung. Eigenschwingungen werden durch spezielle Anfangswerte, die den Eigenschwingungsformen genügen, ausgelöst. Das System schwingt mit den zugehörigen Eigenfrequenzen [1]. Durch eine impulsartige Anregung einer Struktur werden im Allgemeinen alle Eigenschwingungsformen (Eigenmoden) angeregt, deren Eigenfrequenzen innerhalb der breitbandigen Anregung liegen. Die Schwingungsform der Struktur folgt aus der Überlagerung der verschiedenen Eigenmoden.

Eigenschwingungsformen und -frequenzen sind Eigenschaften einer Struktur und folgen aus der Bewegungsgleichung des Systems. Die Bewegungsgleichung linearer mechanischer Systeme kann unter Vernachlässigung von Gyroskopie und der Annahme von konstanten Lagerkräften mathematisch formuliert werden zu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{Koordinatenvektor: } \mathbf{x} &= [x_1, x_2, \dots, x_f]^T, \\ \text{Massenmatrix: } \mathbf{M} &= \{m_{ij}\} = \{m_{ji}\}, \\ \text{Dämpfungsmatrix: } \mathbf{D} &= \{d_{ij}\} = \{d_{ji}\}, \\ \text{Steifigkeitsmatrix: } \mathbf{K} &= \{k_{ij}\} = \{k_{ji}\}, \end{aligned}$$

wobei  $i, j = 1, \dots, f$  gilt, wenn  $f$  die Anzahl der Freiheitsgrade ist (siehe z.B. [2], [3]). Der klassische Lösungsansatz

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A} \cdot e^{\lambda t}$$

führt zu einem homogenen algebraischen Gleichungssystem der Form

$$[\mathbf{M}\lambda^2 + \mathbf{D}\lambda + \mathbf{K}] \mathbf{A} = 0, \quad (2.1)$$

das häufig als Eigenwertproblem bezeichnet wird. Die nicht triviale Lösung führt zu der Gleichung

$$\det [\mathbf{M}\lambda^2 + \mathbf{D}\lambda + \mathbf{K}] = 0$$

und zu der charakteristischen Gleichung des Systems

$$a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + \dots + a_n\lambda^n = 0, \quad \text{mit } n = 2f,$$

welche mit Hilfe der Randbedingungen des Systems zur Bestimmung der Eigenwerte  $\lambda_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) dient. Diese sind entweder rein reell oder konjugiert komplex, wobei die positiven Imaginärteile der konjugiert komplexen Eigenwerte den Eigenfrequenzen des Systems entsprechen. Mit Hilfe der Eigenwerte lassen sich mittels Gleichung 2.1 die zugehörigen Eigenvektoren bestimmen, welche die verschiedenen Eigenschwingungsformen des Systems beschreiben.

## 2.2. Erzwungene Schwingungen mechanischer Strukturen

Ein System führt erzwungene Schwingungen aus, wenn eine Fremderregung aufgrund einer beliebigen Kraft  $\mathbf{F}(t)$  kontinuierlich auf das schwingungsfähige System wirkt. Im Folgenden werden lediglich harmonische Kräfte sowie, aus Gründen der einfacheren Darstellung, Systeme mit einem Freiheitsgrad betrachtet. Die Bewegungsgleichung lautet in diesem Fall (unter Vernachlässigung von Gyroskopie und der Annahme von konstanten Lagerkräften)

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = F \cos(\Omega \cdot t),$$

wobei  $\Omega$  die Anregungsfrequenz und  $F$  die Amplitude der anregenden Kraft sind. In Normalform umgeformt folgt die Gleichung zu

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_{\text{st}0}^2 x = \frac{F}{m} \cos(\Omega t), \quad (2.2)$$

mit der Dämpfungskonstanten  $\delta = d/2m$  und der Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems  $\omega_{\text{st}0} = \sqrt{k/m}$ . Einsetzen der partikulären Lösung

$$x = A \cdot \cos(\Omega t - \Phi). \quad (2.3)$$

in die Bewegungsgleichung des Systems (Gl. 2.2) ergibt die Amplitude  $A$  der erzwungenen Schwingung [4]:

$$A = \frac{F}{m \cdot \sqrt{(\omega_{\text{st}0}^2 - \Omega^2)^2 + 4\delta^2\Omega^2}}. \quad (2.4)$$

Der Phasenwinkel  $\Phi$  ergibt sich zu

$$\Phi = \arctan \left( \frac{2\delta\Omega}{\omega_{st0}^2 - \Omega^2} \right). \quad (2.5)$$

Mit Einführung der dimensionslosen Zahlen

$$\zeta = \frac{\delta}{\omega_{st0}} \quad \text{und} \quad \eta = \frac{\Omega}{\omega_{st0}} \quad (2.6)$$

lassen sich die Gleichungen 2.4 und 2.5 umformen zu:

$$A = \frac{F}{m \cdot \omega_{st0}^2 \sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4\zeta^2 \eta^2}} \quad (2.7)$$

und

$$\Phi = \arctan \left( \frac{2\zeta\eta}{1 - \eta^2} \right),$$

wobei  $\zeta$  als Lehrsches Dämpfungsmaß und  $\eta$  als bezogene Frequenz bezeichnet werden. Die Größe der Amplitude  $A$  ist, wie aus Gleichung 2.7 ersichtlich, direkt von der Dämpfung des Systems sowie der anregenden Kraft abhängig.

Ferner folgt aus Gleichung 2.7 durch Differentiation und Bestimmung der Nullstellen die Resonanzfrequenz, bei der die Amplitude der erzwungenen Schwingung maximal wird, zu

$$\eta_{res} = \sqrt{1 - 2\zeta^2}.$$

Für kleine Dämpfungswerte kann vereinfacht gesagt werden, dass die Amplitude der erzwungenen Schwingung maximal wird, wenn die Frequenz der anregenden Kraft einer Eigenfrequenz des Systems entspricht (Resonanz), bzw. die bezogene Frequenz gleich eins ist. Der Phasenwinkel  $\Phi$  nimmt in diesem Fall den Wert  $\Phi = \pi/2$  an. Im Folgenden wird aufgrund geringer Dämpfungswerte des Laufrades nicht zwischen Resonanz- und Eigenfrequenz unterschieden.

### 2.3. Eigenschwingungsformen kreisrunder Platten

In diesem Abschnitt wird das Schwingungsverhalten von im Mittelpunkt fixierten, kreisrunden Platten betrachtet. Diese Geometrie entspricht näherungsweise

der von geschlossenen Laufrädern. Augenmerk liegt dabei auf den Auslenkungen senkrecht zur kreisrunden Oberfläche. Diese Richtung wird als axial bezeichnet.

Eigenschwingungsformen von kreisrunden Platten sind durch die Anzahl radial und in Umfangsrichtung verlaufender Knotenlinien ( $m_{st}$  bzw.  $n_{st}$ ) charakterisiert [5], [6]. Knotenlinien beschreiben Orte, deren Schwingungsamplitude Null ist. Die radial verlaufenden Knotenlinien werden im Folgenden auch als Knotendurchmesser oder Modenordnung bezeichnet. Abbildung 2.1 zeigt Beispiele möglicher Eigenschwingungsformen. Die Plus- und Minuszeichen symbolisieren die aktuelle Bewegungsrichtung senkrecht zur Zeichenebene. Bereiche mit gleichen Zeichen schwingen in Phase, Bereiche mit unterschiedlichen Zeichen um  $180^\circ$  phasenverschoben.

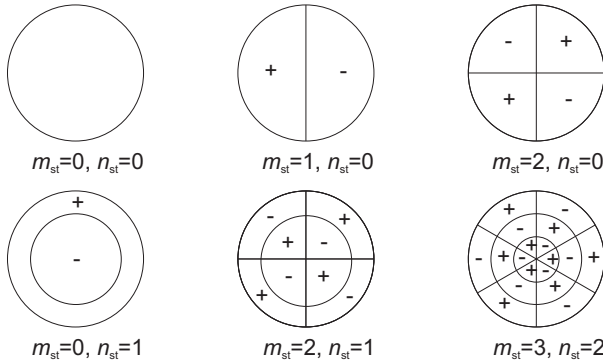


Abbildung 2.1.: Eigenschwingungsformen kreisrunder Platten

Eine wesentliche Eigenschaft von perfekt umfangssymmetrischen Scheiben ist die Existenz von so genannten Einzel- und Doppelschwingungsformen. Die Berechnung der Eigenfrequenzen eines schwingenden Systems erfolgt, wie zuvor beschrieben, durch die Lösung der charakteristischen Gleichung. Die Imaginärteile der Nullstellen dieser Gleichung entsprechen den Eigenfrequenzen. Die graphische Darstellung der charakteristischen Gleichung einer perfekten Scheibe zeigt, dass einfache und doppelte Nullstellen existieren [7]. Abbildung 2.2 zeigt einen Ausschnitt eines typischen Verlaufs der charakteristischen Gleichung einer perfekten und einer nicht-perfekten Scheibe. Den einfachen Nullstellen ( $\lambda_2$ ) kön-

nen Einzel-Eigenschwingungsformen, den doppelten Nullstellen ( $\lambda_1$ ) Doppel-Eigenschwingungsformen zugeordnet werden [7]. Im Falle einer kreisrunden Scheibe sind die Einzel-Eigenschwingungsformen dadurch charakterisiert, dass diese keine Knotendurchmesser besitzen. Dagegen bestehen die Doppel-Eigenschwingungsformen aus zwei Schwingungsformen gleicher (Kreis-)Frequenz  $\omega_{st}$  und Modenordnung  $m_{st}$ . Die Knotendurchmesser beider Formen sind um  $\pi/(2m_{st})$  versetzt [5]. Die zeitabhängige axiale Auslenkung  $u$  eines solchen Eigenmodes kann durch

$$u(\Theta, r, t) = A_1 \cdot g(r) \cdot \cos(m_{st}(\Theta - \alpha)) \cdot \cos(\omega_{st} \cdot t - \Phi_1) + A_2 \cdot g(r) \cdot \sin(m_{st}(\Theta - \alpha)) \cdot \cos(\omega_{st} \cdot t - \Phi_2) \quad (2.8)$$

beschrieben werden [5]. Die Funktion  $g(r)$  beschreibt die Form der Schwingung in radialer Richtung. Die Variablen  $\alpha$ ,  $\Phi_1$  und  $\Phi_2$  definieren die Umfangspositionen der Knotendurchmesser sowie die Phasenwinkel der beiden Schwingungsformen. Die Variablen  $A_1$  und  $A_2$  sind die Amplituden der beiden Anteile. Die betrachtete Position wird durch die Koordinaten  $r$  und  $\Theta$  angegeben.

Je nach Anfangsbedingungen kann Gleichung 2.8 in verschiedene Formen überführt werden: Die freien Schwingungen der Scheibe können die Form einer stehenden oder fortschreitenden Welle sowie eine Mischform (Überlagerung von stehender und fortschreitender Welle) annehmen [5]. Die Lage der Knotenlinien ist dabei beliebig und abhängig von der Form bzw. dem Ort der anfänglichen Anregung [5], [8].

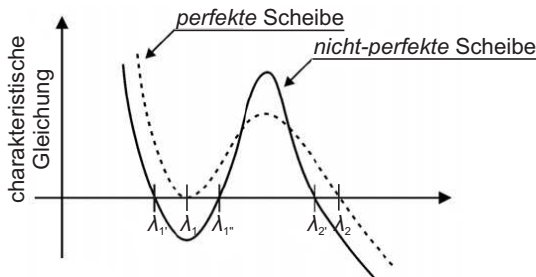


Abbildung 2.2.: Verlauf der charakteristischen Gleichung einer perfekten und einer nicht-perfekten Scheibe [9]

Liegt eine kontinuierliche Anregung in Form einer fortlaufenden Welle vor, ist die erzwungene Schwingung der Scheibe ebenfalls rotierenden Charakters. Die Rotationsgeschwindigkeit und -richtung von Anregung und Eigenschwingungsform sind identisch.

Grundlagenversuche, die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt worden sind, bestätigen diese Aussage: Punktuelle Anregungen einer kreisrunden Scheibe mit einem Shaker (anregende Frequenz gleicht einer Eigenfrequenz der Scheibe) führen dazu, dass sich am Ort der Anregung ein Maximum bezüglich der Schwingungsamplitude bildet. Die Positionen der radial verlaufenden Knotenlinien folgen aus dem Ort der Anregung und der angeregten Struktureigenform. Wird der Ort der punktuellen Anregung in Umfangsrichtung variiert, wandert die angeregte Eigenschwingungsform mit der Anregung.

Da Laufräder aufgrund fertigungsbedingter Einflüsse keine perfekte Achsensymmetrie aufweisen, wird im Folgenden das Schwingungsverhalten nicht-perfekter Scheiben beschrieben. Die auffälligste Veränderung, die aus der Nicht-Perfektion (bei Turbomaschinen auch häufig als Verstimmung bezeichnet) folgt, ist, dass die charakteristische Gleichung keine quadratischen Glieder mehr aufweist und somit keine doppelten Nullstellen vorhanden sind [5]. Nach Ewins [7] werden die Doppel-Eigenschwingungsformen aufgrund einer Nicht-Perfektion in zwei einzelne Eigenmoden gleicher Form mit marginal unterschiedlichen Eigenfrequenzen  $f_{st1}$  und  $f_{st2}$  geteilt. Dieser Effekt ist in Abbildung 2.2 verdeutlicht und wird als Frequenz-Splitting bezeichnet. Die Größe des Frequenz-Splittings  $\Delta f_{\text{splitting}}$  ist für jede Eigenschwingungsform unterschiedlich, abhängig vom Ausmaß der Imperfektion und folgt aus

$$\Delta f_{\text{splitting}} = 2 \cdot \frac{f_{st1} - f_{st2}}{f_{st1} + f_{st2}}.$$

Neben der ursprünglichen Anzahl von Knotendurchmessern können in den beiden Einzelmoden überlagert noch weitere Knotendurchmesser auftreten, wobei die Komponente mit der ursprünglichen Anzahl an Knotendurchmessern die Dominante bleibt [7]. Des Weiteren ist die Lage der Knotendurchmesser eines Eigenmodes ab einem gewissen Maß der Imperfektion nicht mehr abhängig von den Anfangsbedingungen. Die Knotendurchmesser besitzen bezüglich der Scheibe feste Positionen [8], [5]. Aufgrund dieser Tatsache wird davon ausgegangen, dass sich auch im Falle einer rotierenden Anregung keine rotierende erzwungene Schwingung der Scheibe ausbildet. Da bei der Finiten Elemente Analyse (FEA) fertigungsbedingte Toleranzen bzw. Abweichungen von der Perfektion des Laufrä-

des nicht berücksichtigt werden, kann die Größe des Frequenz-Splittings lediglich durch eine experimentelle Modalanalyse bestimmt werden.

In der Vergangenheit wurden Messungen zu diesem Thema vor allem an den Radscheiben von Turbinenrotoren durchgeführt. Stange und MacBain [10] haben beschauelte und nicht beschauelte rotierende Scheiben untersucht. Das Ergebnis ist wie folgt: Im idealen System bilden sich Knotendurchmesser, die auf der Scheibe rotieren. Im verstimmten System entstehen auf der Scheibe feste Knotendurchmesser. Jay, MacBain und Burns [11] regten einen rotierenden Axialturbinenrotor ohne Deckband (geringe Kopplung der Schaufeln) durch unterschiedliche Leitgitter zu Schwingungsformen mit drei bzw. vier Knotendurchmessern an. Die Schwingungsform mit drei Knotendurchmessern bildete bezüglich des Rotors feststehende Knoten aus, während sich für die Schwingungsform mit vier Knotendurchmessern rotierende Knoten bildeten. Die Frequenz-Splittings betrugen  $f_{\text{splitting}}(m_{\text{st}} = 3) = 0,25\%$  und  $f_{\text{splitting}}(m_{\text{st}} = 4) = 0,056\%$ . Jay und Burns [12] regten durch stromaufwärts des Rotors installierte Stäbe einen rotierenden Axialturbinenrotor mit Deckband (hohe Kopplung der Schaufeln) zu verschiedenen Schwingungsformen an. Bis zu einem Frequenz-Splitting von  $f_{\text{splitting}} = 0,5\%$  stellten sich rotierende Knotendurchmesser ein. Kellerer und Stetter [13] untersuchten eine ruhende, beschauelte Scheibe. Durch eine ortsfeste, harmonische Kraft ist der Eigenmode der Scheibe mit zwei Knotendurchmessern angeregt worden. Bis zu einem Wert von  $f_{\text{splitting}}/\zeta = 2$ , wobei  $\zeta$  die Dämpfung der Eigenschwingungsform ist, rotierten die Knotendurchmesser relativ zur Scheibe.

## 2.4. Resonanzbedingungen geschlossener Laufräder

Wie hoch die Anregung einer Struktur ist, hängt von der Anregungsfrequenz, der anregenden Form und der Stärke der Anregung ab. Entspricht die Anregungsfrequenz einer Eigenfrequenz des Systems, wird im Allgemeinen von Resonanz gesprochen. Das System antwortet auf die Anregung mit überhöhten Schwingungsamplituden; die (erzwungene) Schwingungsform gleicht der zur Eigenfrequenz zugehörigen Struktureigenschwingungsform (in Folgekapiteln wird daher von der Anregung einer Eigenschwingungsform gesprochen).

Die Ursache für Laufradschwingungen sind meist Druckschwankungen im Verdichter. Im Fall eines geschlossenen Laufrades wirken diese Druckschwankungen



insbesondere auf die Rad- und Deckscheibe, welche in Umfangsrichtung kontinuierliche Flächen darstellen. Die anregenden Druckschwankungen besitzen (wie in Kapitel 5.5 gezeigt wird) eine definierte Anzahl von Maxima bzw. Minima über dem Umfang und rotieren mit definierten Winkelgeschwindigkeiten. Diese Druckschwankungen werden als Druckmuster bezeichnet, die Anzahl an Maxima in Umfangsrichtung als Modenordnung.

Erfolgt die Anregung auf die zuvor geschilderte Weise, ist die Frequenzgleichheit lediglich eine notwendige, jedoch keine hinreichende Bedingung für Resonanz. Die Form der Anregung muss der Eigenform, die angeregt werden soll, entsprechen, bzw. exakter formuliert: Die Modenordnungen des anregenden Druckmusters  $m_p$  und der zur Struktureigenfrequenz zugehörigen Eigenschwingungsform  $m_{st}$  müssen identisch sein.

Diese Bedingung folgt aus einer einfachen mathematischen Betrachtung: Auf der zylindrischen Oberfläche einer kreisrunden Scheibe rotiere eine in Umfangsrichtung fortlaufende Druckschwankung mit der Kreisfrequenz  $\omega$  und  $m_p$  Druckmaxima bzw. -minima. Ferner wird angenommen, dass die Kreisfrequenz des Druckmusters einer Eigenkreisfrequenz der Scheibe entspricht und aus der rotierenden Anregung eine rotierende Auslenkung der Scheibe folgt. Das anregende Druckmuster  $p(\Theta, t)$  sowie die axiale Auslenkung  $u(\Theta, t)$  und Schnelle  $v(\Theta, t)$  der Scheibe können, wie folgt, mathematisch formuliert werden (Amplituden der Auslenkung und des Druckmusters sind für die qualitative Betrachtung nicht relevant und werden gleich eins gewählt):

$$\begin{aligned} p(\Theta, t) &= \cos [m_p \Theta - \omega t], \\ u(\Theta, t) &= \cos [m_{st} \Theta - (\omega t - \Phi)], \\ v(\Theta, t) = \frac{\partial u}{\partial t} &= \omega \cdot \sin [m_{st} \Theta - (\omega t - \Phi)]. \end{aligned}$$

Die Phase  $\Phi$  zwischen Auslenkung und Anregung ist zunächst beliebig und analog zu Gleichung 2.3 eingeführt. Zur Beurteilung, ob eine Energieübertragung zwischen Druckmuster und Scheibe erfolgt, wird das Produkt aus anregendem Druckmuster und der Schnelle gebildet und über dem gesamten Umfang sowie der Dauer  $T = 2 \cdot \pi / \omega$  (Dauer, die ein Druckmaximum benötigt, um eine Umdrehung zurückzulegen) integriert. Ist der berechnete Wert größer Null, wird Energie vom Druckmuster an die Struktur übertragen. Die Scheibe wird zu Schwingungen angeregt. Ist der Wert kleiner Null, überträgt das Laufrad Energie an das Druckmuster (bzw. das umgebende Fluid). Ist der berechnete Wert gleich Null, wird keine Energie übertragen. Die Scheibe wird weder angeregt noch gibt diese

Energie an die Umgebung ab (abgesehen von Dissipation). Lösen des Integrals ergibt

$$\int_0^T \int_0^{2\pi} p(\Theta, t) \cdot v(\Theta, t) \, d\Theta dt = \begin{cases} 0, & \text{wenn } m_{\text{st}} \neq m_{\text{p}}, \\ 2\pi^2 \cdot \sin(\Phi), & \text{wenn } m_{\text{st}} = m_{\text{p}}. \end{cases} \quad (2.9)$$

Sind die Anzahl der Druckmaxima und der Knotendurchmesser der Struktureigenform verschieden, findet unabhängig von dem Phasenwinkel  $\Phi$  zwischen Druck und Auslenkung gemittelt über dem Umfang keine Energieübertragung statt. Druckmuster mit einer Anzahl von Maxima  $m_{\text{p}}$  können daher Struktureigenformen mit  $m_{\text{st}} \neq m_{\text{p}}$  Knotendurchmessern nicht anregen. Für den Fall  $m_{\text{st}} = m_{\text{p}}$  folgt

$$2\pi^2 \cdot \sin(\Phi) \begin{cases} > 0, & \text{wenn } 0 \leq \Phi \leq \pi, \\ < 0, & \text{wenn } -\pi \leq \Phi \leq 0. \end{cases}$$

Aus dem Phasenwinkel zwischen Auslenkung (Struktur) und Druckmuster (Fluid) kann somit die Richtung der Energieübertragung bestimmt werden. Wird das Laufrad in Resonanz angeregt, beträgt der Phasenwinkel  $\pi/2$  (siehe Kap. 2.2). Für diesen Phasenwinkel wird die Energieübertragung maximal positiv. Die hier aufgeführte Betrachtung zur Energieübertragung ist folglich konsistent zu den Beschreibungen in Kapitel 2.2.

Die obigen Erkenntnisse sind für Druckmuster und Schwingungsformen der Scheibe bzw. des Laufrades hergeleitet, die durch eine fortlaufende Welle beschrieben werden können. Die Ergebnisse lassen sich auf Strukturschwingungsformen mit ortsfesten Knotendurchmessern übertragen, da diese sich mathematisch durch eine Überlagerung von zwei entgegengesetzten fortlaufenden Wellen beschreiben lassen.

## 2.5. Akustische Eigenschwingungsformen

In diesem Kapitel werden zunächst Grundlagen zum Thema Akustik beschrieben. Dies beinhaltet eine kurze Herleitung der linearen Wellengleichung, die die Ausbreitung von Schall in einem ruhenden Medium beschreibt, sowie eine Skizzierung der Lösung der Wellengleichung für einen Zylinder. Anhand der Ergebnisse

dieser einfachen Geometrie lassen sich grundlegende Eigenschaften von akustischen Eigenmoden im Verdichter aufzeigen (Das Verdichtergehäuse sowie die Radseitenräume lassen sich näherungsweise durch einen Hohl-Zylinder idealisieren).

### 2.5.1. Lineare Wellengleichung der Akustik

In der Akustik wird der Druck  $p$ , die Dichte  $\rho$  und die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  (im Folgenden mit Schnelle bezeichnet) in einen Gleichanteil und einen Schwankungsanteil zerlegt. Für ein ruhendes Medium ( $v_0 = 0$ ) folgt damit:

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x}, t) &= p_0 + p'(\mathbf{x}, t), \\ \rho(\mathbf{x}, t) &= \rho_0 + \rho'(\mathbf{x}, t), \\ \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{v}'(\mathbf{x}, t). \end{aligned}$$

Für die Schwankungsanteile gilt:

$$|p'/p_0| \ll 1 \quad \text{und} \quad |\rho'/\rho_0| \ll 1.$$

Die lineare Wellengleichung lässt sich aus der linearisierten Kontinuitätsgleichung, der linearisierten Euler-Gleichung und einer linearisierten Druck-Dichte-Beziehung herleiten [14]. Die Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}') &= 0, \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} &= -\operatorname{grad}(p'), \\ p' &= \rho' a^2. \end{aligned} \tag{2.10}$$

Die Kontinuitätsgleichung beschreibt die Massenerhaltung, die Euler-Gleichung die Impulserhaltung unter Vernachlässigung von Reibungs- und Volumenkräften im Fluid. Die Größe  $a$  ist die Schallgeschwindigkeit, welche sich für ideale Gase aus der Gleichung

$$a = \sqrt{\kappa \frac{R}{M} T}$$

ergibt, wobei  $R$  die universelle Gaskonstante,  $M$  das molare Gewicht des Mediums,  $T$  die Temperatur und  $\kappa$  der Isentropenexponent ist. Die lineare Wellen-

gleichung folgt aus der Differenz der nach der Zeit abgeleiteten Kontinuitätsgleichung und der Divergenz der Euler-Gleichung. Die Dichteschwankung  $\rho'$  kann mit Hilfe von Gleichung 2.10 durch die Druckschwankung ersetzt werden, so dass die Wellengleichung für den Schalldruck folgt zu:

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \Delta p' = 0. \quad (2.11)$$

Diese Gleichung beschreibt die Ausbreitung kleiner Störungen in einem ruhenden Medium [14]. Für eine weniger mathematische, jedoch sehr anschauliche Herleitung wird auf Feynman [15] verwiesen.

### 2.5.2. Resonanter Zylinder

Die Radseitenräume sowie das gesamte Verdichtergehäuse können für den untersuchten Versuchsstand näherungsweise durch einen zylindrischen Körper modelliert werden. Da die akustischen Eigenschwingungsformen eines solchen Zylinders Merkmale von im Verdichtergehäuse auftretenden Eigenschwingungsformen besitzen, können anhand dieser einfachen Betrachtung Merkmale akustischer Eigenmoden im Verdichter aufgezeigt werden. Eine ausführliche Abhandlung über akustische Moden in zylindrischen Körpern ist in Ehrenfried [14] zu finden. In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit relevanten Aspekte zusammenfassend dargestellt. Dies beinhaltet eine Skizzierung des Lösungswegs, um die akustischen Eigenschwingungsformen zu bestimmen sowie eine exemplarische Darstellung dieser.

Ein zylindrischer Gaskörper besitzt den Radius  $R$  und die Länge  $L$ . Die Wellengleichung lautet in Zylinderkoordinaten  $(r, \Theta, z)$  [14]:

$$\frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p'}{\partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial \Theta^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial z^2} = 0. \quad (2.12)$$

Zur Berechnung der Eigenschwingungsformen und zugehörigen Eigenfrequenzen wird der harmonische Ansatz

$$p'(z, r, \Theta, t) = f(z)g(r)h(\Theta) \cdot e^{i\omega t} \quad (2.13)$$

gewählt. Der Lösungsansatz stellt einen Separationsansatz dar, in dem die Abhängigkeiten von den verschiedenen Koordinaten in drei Funktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$

getrennt enthalten sind [14]. Die Funktionen beschreiben die Form des akustischen Modes in der jeweiligen Dimension. Die Randbedingungen sind wie folgt gewählt: Der Gaskörper sei von schallharten Wänden ( $\frac{\partial p'}{\partial r}|_{\text{Wand}} = 0$ ) umgeben. Des Weiteren können über dem Umfang keine Unstetigkeiten des Drucks auftreten, woraus folgt, dass nur ganzzahlige Anzahlen  $m_{ac}$  von Wellenlängen über dem Umfang möglich sind (analog zur Eigenschwingungsform kreisrunder Platten - siehe Kap. 2.3). Die schallharten Wände an den Stirnflächen des Zylinders beschränken den Druckverlauf in axialer Richtung auf eine ganzzahlige Anzahl  $l_{ac}$  halber Wellenlängen. Mögliche Formen akustischer Moden sind somit in axialer und Umfangsrichtung definiert und werden nicht weiter (mathematisch) betrachtet. Durch Einsetzen des Separationsansatzes in die Wellengleichung folgt, dass die radiale Druckverteilung der Form

$$g(r) = AJ_{m_{ac}}(C \cdot r) + BY_{m_{ac}}(C \cdot r),$$

genügt, wobei  $J_{m_{ac}}$  die Bessel-Funktion und  $Y_{m_{ac}}$  die Neumann-Funktion  $m_{ac}$ -ter Ordnung sind [14]. Die Konstanten  $A$ ,  $B$  und  $C$  sind zunächst beliebig. Wie zu erkennen ist, beschreibt die Modenordnung  $m_{ac}$  nicht nur den Druckverlauf in Umfangsrichtung, sondern beeinflusst ebenfalls den radialen Druckverlauf. Die Funktion  $g(r)$  unterliegt folgenden Randbedingungen:

- Die Funktion  $g(r)$  ist an der Stelle  $r = 0$  endlich (keine Singularität [14])
- Der Zylinder wird von einer schallharten Wand begrenzt:  $\frac{dg(r)}{dr}|_R = 0$

Aus der ersten Randbedingung folgt direkt, dass  $B = 0$  ist, da die Neumann-Funktionen eine Singularität im Nullpunkt besitzen [14]. Mittels der zweiten Bedingung kann die Konstante  $C$  bestimmt werden:

$$\left. \frac{dJ_{m_{ac}}(C \cdot r)}{d(C \cdot r)} \right|_R = 0.$$

Der Faktor  $C$  muss so gewählt werden, dass die Besselfunktion an der Stelle  $C \cdot R$  ein lokales Extremum besitzt. Aufgrund der unendlichen Anzahl von Extrema der Besselfunktionen ergeben sich unendlich viele Lösungen. Die Variable  $C_{m_{ac}, n_{ac}}$  sei daher die Konstante, die sich für die Besselfunktion  $m_{ac}$ -ter Ordnung und dem  $n_{ac}$ -ten lokalen Extremum ergibt. Der radiale Druckverlauf folgt zu

$$g(r) = AJ_{m_{ac}}(C_{m_{ac}, n_{ac}} \cdot r).$$

Anschaulich beschreiben  $m_{ac}$  und  $n_{ac}$  die Anzahl radial und in Umfangsrich-

tung verlaufender Knotenlinien. Akustische Eigenformen in zylindrischen Körpern lassen sich somit analog zu den Struktureigenformen kreisrunder Platten charakterisieren (siehe Kap. 2.3). Abbildung 2.3 zeigt exemplarisch vier Momentaufnahmen von Druckverteilungen im Achsnormalschnitt eines Zylinders für verschiedene Kombinationen von  $m_{ac}$  und  $n_{ac}$ . Der axiale Verlauf ist hier nicht betrachtet. Sowohl die schwarzen als auch die blauen Linien stellen Isobaren dar. Die blauen Linien sind weiterhin dadurch gekennzeichnet, dass dort keine Druckschwankungen auftreten. Analog zu den Eigenschwingungsformen kreisrunder Platten werden diese im Folgenden als Knotenlinien bezeichnet. Helle Bereiche symbolisieren einen positiven Wert des Schalldrucks  $p'$ , dunkle Bereiche einen negativen.

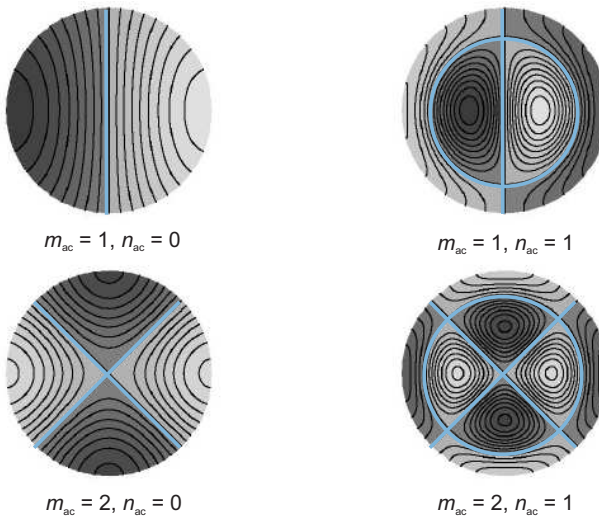


Abbildung 2.3.: Momentaufnahmen der Druckverteilung im Achsnormalschnitt eines Zylinders für verschiedene akustische Moden [14]

## 2.6. Radseitenraumströmung

Die Radseitenräume von Radialverdichtern werden axial durch eine ruhende (Gehäuse) und eine rotierende Wand (Rad- oder Deckscheibe des Laufrades) begrenzt. Die hier vorherrschende Strömungsstruktur beeinflusst akustische Eigenmoden, die während des Verdichterbetriebs angeregt werden (siehe Kap. 5.7). Für ein Verständnis der in Kapitel 5.7 aufgeführten Auswertungen sind Kenntnisse über die Eigenschaften der Radseitenraumströmung notwendig. Da die Strömung hochgradig kompliziert ist, werden im Rahmen dieses Grundlagenkapitels lediglich die bzgl. dieser Arbeit wichtigen Aspekte vorgestellt. Für ausführliche Abhandlungen dieses Themas wird auf die Arbeiten von Kurokawa und Samuka [16], Owen und Rogers [17], Lauer [18], Hamkins [19] und Will [20] verwiesen.

Radseitenräume von Radialverdichtern können in einigen Fällen durch eine zylindrische Kavität (Hohlzylinder) idealisiert werden. Analog zu realen Geometrien wird diese axial durch eine rotierende und eine ruhende Wand begrenzt (siehe Abb. 2.4). Zunächst wird angenommen, dass die Kavität nicht durchströmt wird. Die Strömungsstruktur kann nach Senoo und Hayami [21] durch ein Vier-Schichtenmodell beschrieben werden, welches in Abbildung 2.4 dargestellt ist. Dem Fluid in der Kavität wird reibungsbedingt durch die rotierende Wand Energie zugefügt. Folglich wird dieses beschleunigt und rotiert. Aufgrund der Haftbedingungen an den Wänden bilden sich sowohl an der stationären als auch der rotierenden Wand Grenzschichten. Unmittelbar an den Wänden gleicht die Umfangsgeschwindigkeit des Fluids der der ruhenden bzw. rotierenden Wand. Zwischen den Grenzschichten bildet sich, wenn der (axiale) Abstand der begrenzenden Wände groß genug ist, ein Bereich, der als Kernbereich bezeichnet wird (Bereich c in Abb. 2.4). Durch die Bewegung des Fluids in Umfangsrichtung bildet sich in der Kavität ein Druckgradient in radialer Richtung. Dies folgt direkt aus dem radialen Kräftegleichgewicht: Die Strömung im Kernbereich ist durch ein Gleichgewicht zwischen Zentrifugalkraft und Druckkraft<sup>1</sup> charakterisiert. Folglich ist die radiale Geschwindigkeitskomponente im Kernbereich zu vernachlässigen. Dieser Zustand wird als radiales Gleichgewicht bezeichnet.

Die Winkelgeschwindigkeit der Kernströmung beträgt im Falle einer in radialer Richtung unendlich ausgedehnten Kavität unabhängig von der radialen Position 50% der Winkelgeschwindigkeit der rotierenden Wand [18], [22]. Das Verhältnis aus den Winkelgeschwindigkeiten der Strömung und des Laufrades wird als

---

<sup>1</sup>Die aus dem radialen Druckgradienten resultierende Kraft wird als Druckkraft bezeichnet.

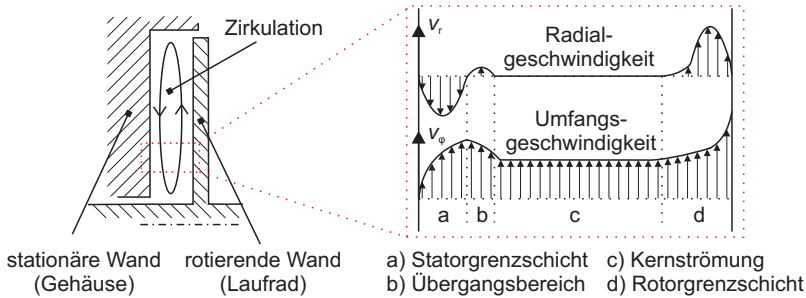


Abbildung 2.4.: links: idealisierte Radseitenraumgeometrie; rechts: Vier-Schichtenmodell nach Senoo und Hayami [21], Darstellung nach Lauer [18]

Kernrotationsfaktor  $\beta$  bezeichnet. Reale Radseitenraumgeometrien besitzen eine endliche radiale Erstreckung. Das am äußeren Radius vorhandene Gehäuse bremst die Strömung, so dass sich in der Realität (für undurchströmte Kavitäten) Kernrotationsfaktoren von 0,4 bis 0,5 einstellen [23]. Die Strömung im Kernbereich wird häufig durch eine Starrkörperrotation idealisiert und der Kernrotationsfaktor, abgesehen von der Grenzschicht der radial begrenzenden Wand, als nahezu konstant und unabhängig von der radialen Position angenommen.

In der Grenzschicht der (axial begrenzenden) ruhenden Wand (Statorgrenzschicht) ist die Umfangsgeschwindigkeit geringer als im Kernbereich, so dass die Druckkraft größer als die Zentrifugalkraft ist. Folglich besitzt die Strömung eine zentripetal gerichtete radiale Geschwindigkeitskomponente (Bereich a in Abb. 2.4). Dahingegen dominiert die Zentrifugalkraft in der Grenzschicht der rotierenden Wand (Rotorgrenzschicht) und eine nach außen gerichtete Strömung entsteht (Bereich d in Abb. 2.4). Die Dicke der Rotorgrenzschicht nimmt mit größer werdender radialer Position zu; der nach innen gerichtete Strom in der Statorgrenzschicht nimmt in Richtung Drehachse ab, so dass die Grenzschichtdicke geringer wird. Daraus folgt eine axiale Strömung von der Statorgrenzschicht über den Kernbereich in die Rotorgrenzschicht [21].

Wird eine undurchströmte Kavität betrachtet, resultiert aus den Grenzschichtströmungen eine reine Zirkulation der Strömung ohne einen über die Kavität hinausgehenden Massentransport. Da das Fluid, das die Statorgrenzschicht verlässt, einen auf die Masse bezogenen größeren Drehimpuls als die Kernströmung



besitzt, entsteht ein Übergangsbereich zwischen Statorgrenzschicht und Kernströmung (Bereich b in Abb. 2.4). Dieser ist für die Auswertungen in dieser Arbeit nicht relevant und wird nicht weiter betrachtet.

Im Falle einer durchströmten Kavität (geringe Volumenströme) überwiegt je nach Durchströmungsrichtung der Massentransport in radialer Richtung in einer der beiden Grenzschichten. Ein Massentransport in der Kernströmung findet nicht statt (in radialer Richtung) [18]. Das Vier-Schichtenmodell nach Senoo behält für die durchströmte Kavität unter Annahme kleiner Leckageströme Gültigkeit [21].

In einem Turboverdichter gelangt die Strömung je nach Durchströmungsrichtung am äußeren oder inneren Radius des Radseitenraums in die Kavität. Unabhängig davon besitzt die eintretende Strömung (Leckagestrom) einen gewissen Drehimpuls. Wird die Strömung reibungs- und rotationsfrei betrachtet (Potentialströmung), gilt die Drallerhaltung. Folglich ändert sich mit der radialen Position die Umfangsgeschwindigkeit der Strömung. Der Kernrotationsfaktor ist nicht mehr konstant über der radialen Erstreckung der Kavität. Die Annahme der Potentialströmung ist jedoch nur für hohe Leckageströme zulässig [23]. Für bzgl. Radialverdichter realistische Leckageströme stellen sich radiale Verteilungen des Kernrotationsfaktors ein, die zwischen der reinen Potentialströmung und der undurchströmten Kavität liegen.

Neben dem Leckagestrom wird die Strömung durch eine Vielzahl von Faktoren beeinflusst. Mögliche Unterschiede in der Rauigkeit der stationären und rotierenden Wand, Abweichungen der realen von der idealisierten Geometrie, Impulsaustausch zwischen Radseitenraumströmung und eintretender Strömung sowie instationäre Strömungseffekte sind einige Beispiele [18], [20].

Zwei wichtige Kenngrößen, mittels derer die Radseitenraumströmung charakterisiert werden kann, sind die Breite der Kavität und die Reynoldszahl. Unterschreitet die Breite für eine bestimmte Reynoldszahl einen kritischen Wert, wachsen die Grenzschichten der ruhenden und der rotierenden Wand zusammen und die zuvor getätigten Aussagen sind nicht mehr gültig. Die Strömung ähnelt der klassischen Couette-Strömung. Die Kernströmung entfällt. Da die Dicken der Grenzschichten von der Reynoldszahl abhängen, ist der kritische Abstand ebenfalls abhängig von dieser. Daily und Nece [24] beschrieben diesen Zusammenhang als Erste. Aufbauend auf ihren gewonnenen Erkenntnissen kann das in Abbildung 2.5 dargestellte Diagramm für undurchströmte Kavitäten erstellt werden. Nach Daily und Nece existieren vier Strömungsregime, die sich abhängig von der Reynoldszahl und

der Breite der Kavität einstellen. Die auf der Ordinate aufgetragene Variable  $G$  stellt eine dimensionslose Breite dar, die sich aus dem Quotient der tatsächlichen Breite der Kavität und dem Laufradaußenradius ergibt. Die Reynoldszahl wird mittels der Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  des Laufrades und des Laufradaußenradius  $r_2$  gebildet:

$$Re_\varphi = \frac{u_2 \cdot r_2}{\nu}, \quad (2.14)$$

wobei  $\nu$  die kinematische Viskosität ist. Die vier Regime können wie folgt unterschieden werden:

- I) laminare Strömung, zusammengewachsene Grenzschichten,
- II) laminare Strömung, getrennte Grenzschichten, Kernströmung vorhanden,
- III) turbulente Strömung, zusammengewachsene Grenzschichten,
- IV) turbulente Strömung, getrennte Grenzschichten, Kernströmung vorhanden.

Ergänzend sind in Abbildung 2.5 die charakteristischen Verläufe der Umfangsgeschwindigkeit und der radialen Geschwindigkeit der vier Strömungsregime dargestellt.

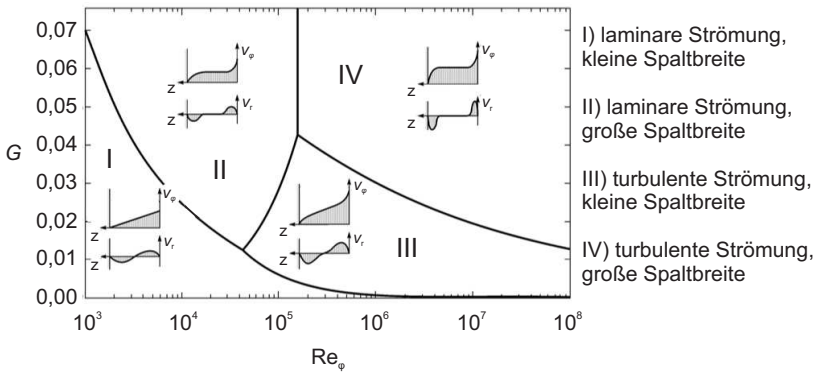


Abbildung 2.5.: Strömungsregime in Kavitäten mit einer rotierenden Wand nach Daily und Nece [24], Darstellung nach Will [20]

Dem Autor ist keine Untersuchung bekannt, in der die Strömung in Kavitäten für Reynoldszahlen größer  $4 \cdot 10^6$  experimentell untersucht worden ist. Lauer [18]

untersuchte die Strömung bis zu einer Reynoldszahl von  $3,5 \cdot 10^6$ . Poncet [25] schreibt zu diesem Thema, dass die Gültigkeitsgrenzen der beschriebenen Strömungsregime nicht klar definiert sind.

Die Erweiterung der Strömungsregime III und IV für Reynoldszahlen bis  $10^8$  basiert auf einer simplen Extrapolation und der Annahme, dass die Grenzschichtdicken mit steigenden Reynoldszahlen weiter abnehmen. Die Grenze zwischen den Strömungsregimen III und IV ist für hohe Reynoldszahlen nicht experimentell validiert. Aufgrund der hohen Reynoldszahlen in Hochdruck-Radialverdichtern wird die Strömung als turbulent angenommen. Folglich sind lediglich die Strömungsregime III und IV relevant. Dies bestätigt sich durch die in Kapitel 5.6 vorgestellten Messergebnisse.

Für den Fall, dass das Strömungsregime IV vorliegt und sich somit eine Kernströmung ausbildet, kann der radiale Verlauf des Kernrotationsfaktors aus dem radialen Druckverlauf bestimmt werden. Aus dem Gleichgewicht von Druck- und Zentrifugalkraft folgt die Bestimmungsgleichung des Kernrotationsfaktors zu

$$\beta(r) = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial r} \cdot \frac{1}{\rho \cdot r \cdot \omega_{\text{shaft}}^2}}, \quad (2.15)$$

wobei  $\beta$  der Kernrotationsfaktor,  $\rho$  die Dichte des Fluids und  $\omega_{\text{shaft}}$  die Winkelgeschwindigkeit des Laufrades bzw. der rotierenden Wand sind [18]. Nach Lauer [18] sind die mittels Gleichung 2.15 bestimmten Werte zuverlässig, wenn die Grenzschichten getrennt sind, der Druckgradient in axialer Richtung vernachlässigbar ist und kein ausgeprägter Impulsaustausch zwischen eintretender und Radseitenraumströmung vorliegt. Die zweite Bedingung ist erfüllt, wenn der Kernrotationsfaktor der eintretenden Strömung in etwa dem Wert entspricht, der sich bei nicht durchströmter Kavität einstellt.

Gleichung 2.15 birgt den Vorteil, dass der Kernrotationsfaktor mittels des einfach zu messenden radialen Druckverlaufs bestimmt werden kann.

## 2.7. Stand der Forschung und Literaturüberblick

### Schwingungsformen von Laufrädern

Die ersten Beiträge zum Verständnis der Anregung von strömungsführenden Komponenten leisteten Zenneck und Campbell bereits Ende des Neunzehnten bzw. Anfang des Zwanzigsten Jahrhunderts. Zenneck [8] beschäftigte sich mit

den Schwingungsformen kreisförmiger Platten und dem Einfluss von möglichen Inhomogenitäten: Die Position der radial verlaufenden Schwingungsknoten (Knotendurchmesser) der angeregten Schwingungsformen sind bei ideal kreisförmigen und homogenen Platten abhängig vom Ort der Anregung und zunächst beliebig. Bei rotierender Anregung können die Knotendurchmesser ebenfalls rotieren. Vorhandene Inhomogenitäten im Material oder in der Geometrie führen jedoch dazu, dass die Knotenlinien ortsfest sind. Zennecks Erkenntnisse lassen sich zum Teil auf die Schwingungsformen von geschlossenen zweidimensionalen Laufrädern übertragen, da diese eine ähnliche Geometrie aufweisen.

Campbell [26], [27], [28] untersuchte Schadensfälle an Schaufelrädern von axialen Dampfturbinen. Nach Campbells Meinung bestehen die bzgl. des Laufrades ortsfesten Schwingungsformen der Schaufelräder aus zwei fortlaufenden Wellen gleicher Frequenz, wobei eine entgegen und die andere in Laufraddrehrichtung umläuft. Die entgegen der Laufraddrehrichtung drehende Schwingungsform besitzt bzgl. des ruhenden Bezugssystems bei einer bestimmten Drehzahl die Frequenz Null. Bei dieser Drehzahl, welche als kritische Drehzahl bezeichnet ist, wird diese Schwingungsform durch eine örtlich und zeitlich konstante Störung über dem Umfang des Laufrades zu Schwingungen angeregt. Campbell erklärte auf diese Art aufgetretene Schadensfälle. Die kritischen Drehzahlen heutiger Turbomaschinen-Laufräder liegen meist weit über der maximalen Drehzahl, so dass diese Art der Anregung ausgeschlossen ist. Dennoch ist die Betrachtungsweise von Campbell auch für heutige Problemstellungen von Nutzen. So findet das Campbell-Diagramm in vielen aktuellen Arbeiten Anwendung.

Tobias und Arnold [5] untersuchten ebenfalls den Einfluss von Imperfektionen auf das Schwingungsverhalten von rotierenden Scheiben. Die Ausführung beinhaltet eine anschauliche Darstellung der Eigenschwingungsformen perfekter und nicht-perfekter Scheiben sowie eine Untersuchung über erzwungene Anregungen nicht-perfekter Scheiben. Die Erkenntnisse von Campbell werden erweitert bzw. korrigiert: Eigenschwingungsformen von perfekten, kreisrunden Scheiben, die radial verlaufende Knotenlinien besitzen, lassen sich durch die Überlagerung zweier formgleicher Anteile beschreiben. Je nach Anfangsbedingung kann die freie Schwingung einer Scheibe durch eine fortlaufende, eine stehende Welle oder durch eine Kombination beider beschrieben werden. Im Falle von vorhandenen Imperfektionen teilen sich die beiden Anteile einer Eigenschwingungsform in zwei Eigenschwingungsformen ähnlicher Form (gleiche Anzahl an Knotendurchmessern) und minimal unterschiedlichen Frequenzen auf. Die Lage der Knotenlinien ist nicht mehr beliebig.

Ewins [7], [9] beschäftigte sich mit dem gleichen Thema, führte seine Überlegungen und Versuche jedoch an beschauften Scheiben durch.

### **Einfluss des umgebenden Fluids auf die Eigenschaften des Laufrades**

Browne et al. [29] untersuchten die Dämpfungseigenschaften eines von Fluid umgebenden und in longitudinaler Richtung oszillierenden Zylinders. Browne unterteilte die Dämpfung in eine interne Dämpfung (Werkstoffdämpfung), in eine Dämpfung durch mögliche Lagerungen, Gelenke oder Ähnliches (Bauteildämpfung) und eine aerodynamische Dämpfung, welche wiederum in eine akustische und eine viskose Dämpfung unterteilt ist. Die Abhängigkeit der viskosen und akustischen Dämpfung von Eigenschaften des den Zylinder umgebenden Mediums wurden hergeleitet und experimentell bestätigt.

Kielb und Abhari [30] untersuchten die Dämpfungseigenschaften von Laufradschaufeln einer rotierenden Turbine. Die experimentellen Studien ergaben, dass die aerodynamische Dämpfung die Strukturdämpfung (Dämpfung des Bauteils im Vakuum) um den Faktor fünf oder mehr übersteigt. Der maximale Eintrittsdruck in die Turbine betrug 2,9 bar. Aussagen über das Verhalten im Hochdruckbereich wurden nicht getroffen.

Kammerer und Abhari [31], [32] untersuchten die Schaufelschwingungen aufgrund von Störungen, die der Strömung mit Hilfe von Masken aufgeprägt wurden. Der Eintrittsdruck des Versuchsstands wurde variiert und die Schaufelschwingungen in Resonanzstellen untersucht. Die Experimente ergaben, dass die aerodynamische Dämpfung die Materialdämpfung bei einem Umgebungsdruck von einem bar um den Faktor zehn übersteigt. Für Eintrittsdrücke größer als ein bar hoben sich die größer werdende aerodynamische Dämpfung und das gesteigerte Anregungspotential gegenseitig auf, so dass höhere Eintrittsdrücke zu keinen höheren Schaufelschwingungen führten.

Escalar et. al. [33] untersuchten die Laufradeigenfrequenzen einer Francis-Turbine experimentell und mittels Finiten Elemente Analyse. Sowohl die Berechnungen als auch die experimentelle Modalanalyse zeigten, dass die Eigenfrequenzen stark von dem das Laufrad umgebenden Medium abhängen. Die Eigenfrequenzen reduzierten sich um bis zu 64%, wenn das Laufrad mit Wasser umgeben war. Dieses Erkenntnis wird auch für Verdichter mit steigenden Eintrittsdrücken bis zu einigen hundert bar und daraus resultierenden Gasdichten von über  $300 \text{ kg/m}^3$  immer wichtiger.

Magara und Narita [34] untersuchten den Einfluss des umgebenden Gases auf die Eigenschaften einer Scheibe und eines Hochdruck-Verdichterlaufrades. Der Druck

des umgebenden Gases wurde zu diesem Zweck bis 80 bar schrittweise gesteigert und die Eigenfrequenzen des Systems untersucht. Magara und Narita fanden heraus, dass bei hohen Umgebungsdrücken die Struktur nicht separat betrachtet werden kann, sondern Struktur und Gas ein gekoppeltes System bilden. Die Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems wichen bei gleicher Modenordnung bis zu 29% von denen der separat betrachteten Struktur ab. Für jede Umfangsordnung existieren zwei gekoppelte Eigenschwingungsformen, wobei diese dadurch charakterisiert sind, dass das Laufrad und das Fluid in Phase bzw. gegenphasig schwingen. Die Eigenfrequenzen der Eigenformen, die in Phase schwingen, nehmen mit steigendem Umgebungsdruck ab, wohingegen gegenphasig schwingende Eigenformen dadurch gekennzeichnet sind, dass die zugehörigen Eigenfrequenzen mit steigendem Umgebungsdruck zunehmen.

### **Verdichterpumpen (*surge*) und rotierende Ablösungen (*rotating stall*)**

Um Gefährdungspotentiale strömungsführender Bauteile abschätzen zu können, sind neben Kenntnissen über die Struktureigenschaften Kenntnisse über mögliche aus der Strömung resultierenden Anregungen notwendig:

In den siebziger und achtziger Jahren des vergangenen Jahrhunderts rückten das Verdichterpumpen (*surge*) und die verschiedenen Arten der rotierenden Ablösungen (*rotating stall*) in den Fokus der Forschung. Unter anderem untersuchten Abdelhamid, Haupt und Rautenberg [35], [36], [37], [38], [39], [40] ausführlich verschiedene rotierende und oszillierende Ablöseerscheinungen in einem Radialverdichter mit und ohne beschaufeltem Diffusor sowie die daraus resultierende Anregung eines halboffenen Laufrades. Die Existenz von rotierenden bzw. oszillierenden Ablösezellen wurde experimentell nachgewiesen. Die detektierten Laufradschwingungen konnten auf die Ablöseerscheinungen zurückgeführt werden.

Frigne und van den Braembussche [41], [42] untersuchten verschiedene Arten der rotierenden Ablösungen in einem Radialverdichter mit unbeschaufeltem Diffusor und fassten Unterscheidungskriterien für die verschiedenen Arten der rotierenden Ablösungen zusammen. Greitzer [43] stellte ein Modell auf, um das Einsetzen von Verdichterpumpen beim Axialverdichter zu beschreiben. Van den Braembussche [44] untersuchte das *Pumpen* sowohl theoretisch als auch experimentell am Radialverdichter. An dieser Stelle sei angemerkt, dass eine große Anzahl von weiteren Veröffentlichungen zu den Themen Ablösungen und Verdichterpumpen existieren und hier lediglich eine kleine Auswahl aufgeführt ist. Der Grund ist die geringe Relevanz bezüglich der Resonanzanregung von geschlossenen Verdichterlandläufern, welche im Fokus dieser Arbeit steht: Die Frequenz, mit der sich

die Durchströmungsrichtung des Verdichters beim *Pumpen* periodisch ändert (Pumpfrequenz), kann abgeschätzt werden und ist ausnahmslos deutlich geringer als die Eigenfrequenzen von Verdichterlaufrädern. Eine Resonanzanregung ist daher ausgeschlossen. Des Weiteren tritt dieses Phänomen nicht unbemerkt auf und ist in ausreichender Tiefe erforscht, um vermieden zu werden.

In eigenen Vorarbeiten wurde gezeigt, dass die Resonanzanregung geschlossener Laufräder durch rotierende Ablösungen ebenfalls aufgrund der hohen Eigenfrequenzen dieser Laufradtypen nahezu ausgeschlossen ist [45].

### **Laufrad/Leitrad-Interaktion**

Die fundamentalen Überlegungen zur Laufrad/Leitrad-Interaktion stammen von Tyler und Sofrin [46]. In ihrem Artikel über die Schallentstehung und -abstrahlung in axialen Turbomaschinen wird hergeleitet, dass aufgrund der Interaktion eines Lauf- und Leitrades Druckverteilungen mit einer definierten Anzahl an Druckmaxima in der Turbomaschine rotieren<sup>2</sup>. Die Anzahl der Druckbäuche der verschiedenen Muster lässt sich direkt aus der Anzahl der Laufrad- und Leitrad-schaufeln berechnen. Die Rotationsgeschwindigkeit der Druckmuster entspricht im Allgemeinen nicht der des Laufrades. Abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit sind die rotierenden Druckmuster in axialer Richtung ausbreitungsfähig und werden am Austritt der Turbomaschinen als Schall abgestrahlt. Die hergeleiteten Zusammenhänge von Tyler und Sofrin finden in vielen weiteren Untersuchungen über die Anregung von Laufrädern durch Laufrad/Leitrad-Interaktion Anwendung.

Kushner [47], [48], [49] beschäftigte sich ausführlich mit der Anregung von Radialverdichterlaufrädern durch die Interaktion von Laufrad und Leitrad. Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden theoretische Anregungsmodelle aufgestellt, welche anhand einer Vielzahl von Schadensfällen validiert worden sind. In den späteren Artikeln präsentierte Kushner Strategien, um Resonanzanregungen von Verdichterlaufrädern zu vermeiden. Die grundlegende Aussage besteht darin, dass das Laufrad in Resonanz angeregt wird, wenn die Anzahl der Druckbäuche des durch die Laufrad/Leitrad-Interaktion entstehenden Druckmusters der Anzahl der radial verlaufenden Knotenlinien der anzuregenden Laufradeigen-schwingungsform entspricht und die Frequenz des Druckmusters bzgl. des Rotorbezugs-systems der zugehörigen Laufradeigenfrequenz gleicht. Zur anschaulichen Darstellung nutzte Kushner das Campbell-Diagramm und erweiterte dieses, um die Anregung durch die Laufrad/Leitrad-Interaktion abzudecken.

---

<sup>2</sup>Die Druckverteilungen werden im Folgenden auch als Druckmuster bezeichnet, die Anzahl der Druckmaxima als Modenordnung. Der Begriff Druckbauch ist äquivalent zu Druckmaximum.

Irretier [50] führte ähnliche Untersuchungen an einem geschlossenen Radialverdichterlaufrad durch. Die Anregung des Laufrades erfolgte mittels einer magnetischen Anregung aus dem ruhenden System. Die Frequenz der Anregung wurde stufenlos variiert. Irretier wies auf diese Weise ähnlich wie Campbell nach, dass die Struktureigenschwingungsformen mit radial verlaufenden Knoten in eine vor- (in Drehrichtung des Laufrades) und zurücklaufende (entgegen der Drehrichtung des Laufrades) fortschreitende Welle aufgeteilt werden können, in dem die Anregung beider experimentell nachgewiesen wurde.

Singh et al. [51] beschäftigten sich ebenfalls ausführlich mit der Anregung von beschauften Scheiben jeglicher Art. Im Rahmen der Arbeiten wurde zur Vermeidung von Resonanzanregungen von Laufrädern das SAFE-Diagramm (eine Weiterentwicklung des Campbelldiagramms) entwickelt, mit Hilfe dessen mögliche Resonanzstellen im Drehzahlbereich der Turbomaschine dargestellt werden können. In einer späteren Arbeit zeigte Singh [52] eine umfangreiche Übersicht über die verschiedenen Eigenschwingungsformen von Laufrädern und erklärte verschiedene Schadensfälle mit Hilfe des von ihm aufgestellten Anregungsmodells. Die Darstellungsformen von Singh unterscheiden sich von denen von Kushner und Irretier, die grundlegenden Aussagen sind jedoch identisch.

Franke et al. [53] studierten Druckschwankungen aufgrund der Laufrad/Leitrad-Interaktion in einer umkehrbaren Pump-Turbine. Mittels zehn über dem Umfang verteilten Druckaufnehmern wurden die Modenordnungen der Druckmuster abgeschätzt. Eine eindeutige Bestimmung war jedoch aufgrund von möglichen Alias-Effekten nicht möglich.

### **Lärmentstehung und akustische Resonanzen**

Turbomaschinen sind die Quelle von sowohl breitbandigem als auch diskretem Lärm. Breitbandiger Lärm entsteht durch stochastische, turbulente Strömungsphänomene, wohingegen durch die Interaktionen von Lauf- und Leiträdern diskrete Töne entstehen. Ablösephänomene hinter umströmten Körpern oder Kanten können abhängig von den Strömungsverhältnissen sowohl zu breitbandigem Lärm als auch diskreten Tönen führen. Unter anderem untersuchten Ffowcs Williams und Hawkins [54], Lowson [55], [56], [57] und Neise [58], [59] die verschiedenen Schallentstehungsmechanismen in Turbomaschinen und beschrieben die unterschiedlichen Entstehungsmechanismen ausführlich.

Wie oben bereits erwähnt, diskutierten Tyler und Sofrin in ihrem Artikel die Laufrad/Leitrad-Interaktion und die daraus resultierenden rotierenden Druckmuster (bezeichnet als Tyler/Sofrin-Moden). Der Fokus des Artikels lag auf der



Schallabstrahlung von Axialverdichtern. Die Anregung von Laufrädern durch Tyler/Sofrin-Moden rückte erst später in das Augenmerk der Forschung. Aufbauend auf diesen Ergebnissen beschäftigte sich Ehrich [60] mit akustischen Eigenschwingungsformen (Eigenmoden) und Eigenfrequenzen von zweidimensionalen, kreisförmigen Kavitäten und untersuchte den Einfluss der Strömung in axialer und Umfangsrichtung.

Im Anschluss an diese grundlegenden Studien folgte in den letzten Jahrzehnten eine Vielzahl von Untersuchungen. Der Themenschwerpunkt lag häufig auf der Schallentstehung bei Flugtriebwerken. So führte Joppa [61] Messungen an einem Mantelstromtriebwerk durch, um die Modenordnungen der rotierenden Druckmuster zu bestimmen. Joppa fand heraus, dass die Interaktion zwischen einem Laufrad und einem weit entfernten Leitrاد ebenfalls zur Bildung von Tyler/Sofrin-Moden führt.

Hellmich und Seume [62] detektierten nicht-drehzahlharmonische Druckschwankungen in einem vierstufigen Axialverdichter und ordneten diese einer akustischen Resonanz mit der Modenordnung drei zu. Bei bestimmten Betriebspunkten des Verdichters nahe der Pumpgrenze war ein akustischer Mode mit der Modenordnung  $m_{ac} = 3$  aufgrund der hohen Umfangskomponente der Strömung im Verdichter ausbreitungsfähig. Hellmich und Seume wiesen nach, dass aufgrund der Einfallswinkel der akustischen Wellen auf die Stator- bzw. Rotorscheufeln der besagte Mode an den Beschaukelungen reflektiert wird und eine akustische Resonanz entsteht. Die Druckschwankungen aufgrund dieser Resonanz überstiegen für einige Betriebspunkte die üblicherweise in Verdichtern dominanten Druckschwankungen mit Schaufelfrequenz.

Als weitere Untersuchungen bezüglich akustischer (Eigen-) Moden in axial durchströmten Verdichtern sind unter anderem Camp [63], Cooper and Peake [64], Enghard et al. [65], Tsuchiya et al. [66], Cooper et al. [67], sowie Sutliff [68] zu nennen.

Die Anzahl der Studien über Schallabstrahlung von Radialverdichtern bzw. akustischer Moden in Radialverdichtern ist geringer. Eckert [69] und Ni [70] analysierten einen Schadensfall an einem Radialgebläselaufrad. Die Deckscheibe des Laufrades erlitt einen Ermüdungsbruch aufgrund einer Selbstanregung. Form und Frequenz eines akustischen Eigenmodes im Radseitenraum stimmten mit denen einer Laufradeigenschwingungsform überein.

Ziada et al. [71] untersuchten eine akustische Resonanz im Ringraum des Einlaufgehäuses eines Turboverdichters. Der akustische Eigenmode wurde durch Wirbelablösungen an den Hinterkanten von stromabwärts liegenden, strömungsführen-

den Bauteilen angeregt und ist die Ursache für detektierte Bauteilschwingungen. Eisinger [72] sowie Eisinger und Sullivan [73] stellten einen einfachen Ansatz vor, um die Resonanz von Radialverdichterlaufrädern aufgrund akustischer Moden zu vermeiden. Das Hauptaugenmerk lag bei dieser Betrachtung auf der Kopplung von akustischen und strukturellen Eigenschwingungsformen. In einer Fallstudie erklärten Eisinger und Sullivan [74] den Ermüdungsbruch eines Gebläselaufrades mittels des zuvor beschriebenen Modells.

Richards et al. [75] untersuchten in einer aktuellen Studie erhöhte Laufradschwingungen eines Radialverdichters. Mittels umfangreicher Strömungssimulation wurde ein akustischer Mode, der durch eine Interaktion von Eintritts- und Rückführschaufeln entsteht, als Ursache identifiziert.

Eine gänzlich andere Art von akustischen Resonanzen in Turbomaschinen beschrieb Parker in einer Reihe von Untersuchungen [76], [77], [78], [79], [80], [81]. Ausgehend von grundlegenden Untersuchungen an umströmten Platten zeigte Parker, dass durch Ablösewirbel an den Hinterkanten von strömungsführenden Bauteilen akustische Moden zwischen benachbarten Schaufeln angeregt werden. Diese Moden werden nach ihrem Entdecker als Parkermoden bezeichnet.

In eigenen Untersuchungen mit König [82] ist die Existenz von Parkermoden in der Rückführbeschaufelung des in dieser Arbeit vorgestellten Hochdruck-Radialverdichters nachgewiesen worden. Die gemessenen Frequenzen der akustischen Moden stimmten gut mit berechneten Werten überein. Die Druckschwankungen besaßen geringe Amplituden und stellten keine Gefahr für die angrenzenden Rückführschaufeln und das Verdichtergehäuse dar.

Weitere im Rahmen des durchgeführten Forschungsprojektes veröffentlichte Arbeiten sind [83], [84], [85], [86] und [87].

## KAPITEL 3

---

### Versuchsstand

---

In diesem Kapitel wird der Versuchsstand beschrieben, an dem die in dieser Arbeit beschriebenen Versuche durchgeführt worden sind. Für die verschiedenen Aufbauten des Versuchsstandes werden Bezeichnungen definiert, auf die in Folgekapiteln Bezug genommen wird. Weitere Beschreibungen des Versuchsstandes sind in [45], [83] und [86] zu finden. Im Anschluss an die Versuchsstandbeschreibung werden die Eigenschwingungsformen und -frequenzen des Laufrades vorgestellt. Mittels einer Finiten Elemente Analyse (FEA) werden theoretische Untersuchungen zur Laufradanregung beschrieben. Abschließend werden berechnete akustische Eigenmoden für die Verdichtergeometrie vorgestellt.

#### 3.1. Versuchsstandbeschreibung

Der Versuchsstand besteht aus einem einstufigen Hochdruck-Radialverdichter, der in einem geschlossenen Kreislauf betrieben wird. Vor Inbetriebnahme des Verdichters wird der Kreislauf mit Gas befüllt. Dies geschieht über einen werkseitigen Gastank oder Gasflaschen. Der Verdichter wird wahlweise mit Stickstoff,

Helium oder einem beliebigen Stickstoff/Helium-Gemisch betrieben. Die Gaszusammensetzung (Volumenanteile der verschiedenen Gaskomponenten) wird während des Verdichterbetriebes mit Hilfe einer Bypassleitung und eines Gasanalsators GAM2000 kontinuierlich bestimmt. Der Druck im Kreislauf kann vor Inbetriebnahme des Verdichters zwischen 1,3 und 40 bar eingestellt werden<sup>1</sup>. Dieser Druck entspricht dem saugseitigen Druck bei Verdichterbetrieb. Der Massenstrom und damit der anlagenseitige Druck werden über ein Drosselventil im Kreislauf eingestellt (Drosselregelung). Nicht vermeidbare Leckagen im Kreislauf werden durch kontinuierliches Nachspeisen von Gas ausgeglichen, so dass der saugseitige Druck während eines Versuchslaufs des Verdichters um maximal  $\pm 0,1$  bar variiert. Zwei Normblenden im Kreislauf dienen zur Bestimmung des saug- und druckseitigen Massenstroms. Der Erwärmung des Gases aufgrund des Verdichtungsvorgangs wird durch einen Kühler im Kreislauf entgegengewirkt, so dass die Eintrittstemperatur des Verdichters bei stationärem Betrieb ebenfalls konstant ist.

Abbildung 3.1 zeigt ein Foto des Verdichters im teilmontierten Zustand sowie eine Skizze des Kreislaufs. Das Laufrad, die verschiedenen Statorschaufelreihen sowie der Strömungsweg sind zu erkennen. Das Design des Verdichters ist einer Einzelstufe eines Einwellenverdichters nachempfunden. Dies bedeutet: Die Ansaugung erfolgt in radialer Richtung. Mittels Eintrittsleitapparat wird die Strömung gleichmäßig über den Umfang verteilt in die axiale Richtung umgelenkt. Von dort gelangt das Fluid in das zweidimensionale, geschlossene Laufrad mit axialer Eintrittskante. Die Daten des Laufrades sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst. Nach Verlassen des Laufrades strömt das Fluid durch den beschauften Diffusor zu einer 180°- Umlenkung und wird mittels Rückführbeschaufelung radial Richtung Welle geführt, bevor eine 90°- Umlenkung das Fluid in axiale Richtung lenkt. An dieser Stelle sind die Strömungsverhältnisse nahezu identisch zu denen vor dem Laufrad, so dass eine Repetierstufe vorliegt. Da der Versuchsverdichter einstufig ist, wird das Fluid radial nach außen in den Druckstutzen geführt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird der Versuchsstand mit und ohne beschauften Diffusor betrieben. Der Eintrittsleitradapparat besitzt 18 Schaufeln. Die Rückführbeschaufelung umfasst 20 Leitradschaufeln. Tabelle 3.2 fasst die beiden Varianten der installierten Statorbeschaufelung zusammen.

---

<sup>1</sup>Ein Druckniveau von 1,3 bar ist notwendig, um die Funktion der Gasdichtungen im Verdichter zu gewährleisten; Drücke größer 40 bar sind aufgrund der Klassifizierung der Rohrleitungen nicht möglich.

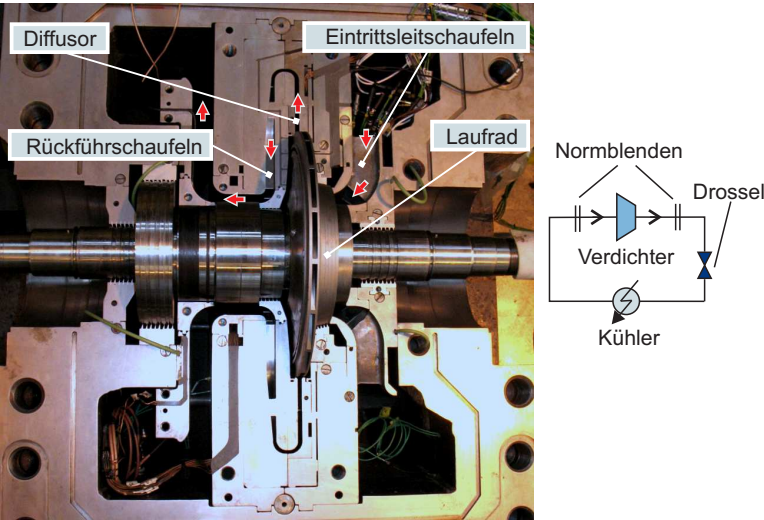


Abbildung 3.1.: Versuchsstand

Schaufelzahl $B$	17
Austrittskantenwinkel	$35^\circ$
Austrittsdurchmesser $D_2$	350 mm
Nabenverhältnis $D_i/D_2$	0,425
maximale Drehzahl $n_{\max}$	15900 rpm

Tabelle 3.1.: Laufraddaten

Aufbau A	Aufbau B
$V_{\text{ELA}} = 18$	$V_{\text{ELA}} = 18$
$V_{\text{Dif}} = 10$	unbeschaufelter Diffusor
$V_{\text{RFB}} = 22$	$V_{\text{RFB}} = 22$

Tabelle 3.2.: Varianten des Versuchsaufbaus

Der Antrieb der Verdichterstufe erfolgt über einen Asynchronmotor mit Kurzschlussläufer. Die elektrische Leistung beträgt 1 MW. Die Drehzahl des Motors kann kontinuierlich zwischen 0 rpm und 2000 rpm eingestellt bzw. unter Vorgabe einer konstanten Beschleunigung linear variiert werden (Rampenbetrieb). Der Motor besitzt eine gute Regelgenauigkeit. Die Drehzahlschwankungen liegen in einer Größenordnung von kleiner 1 rpm. Das Getriebe besitzt eine Übersetzung von 7,9645.

### 3.2. Modalanalyse des Laufrades

Die Kenntnisse über die Eigenfrequenzen sowie die zugehörigen Eigenschwingungsformen des Laufrades sind zur Untersuchung der Schwingungsanregung der Laufradstruktur während des Verdichterbetriebes erforderlich. Aus diesem Grund werden diese vor Beginn der Versuche sowohl auf experimentellem als auch rechnerischem Wege bestimmt.

Die Berechnung der Eigenschwingungsformen stellt ein Eigenwertproblem dar (siehe Gl. 2.1), welches mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente (FEM) gelöst wird. Hierzu wird ein kommerzielles FEM-Programm genutzt. Die Berechnungsmethodik ist nicht Inhalt dieser Arbeit und wird im Folgenden nicht beschrieben. Für eine detaillierte Ausführung wird auf die zahlreiche Fachliteratur wie z.B. [88] verwiesen.

Abbildung 3.2 zeigt das Finite Elemente Modell des Laufrades. Aufgrund der Umfangssymmetrie ist lediglich ein Segment von Kanalmitte zu Kanalmitte modelliert. Die Schnittflächen sind als Symmetrieebenen definiert. Das Modell besteht aus 18108 Knoten (14580 Elemente) und ist für die in Kapitel 3.3 vorgestellten Untersuchungen optimiert, so dass Bauteildehnungen und -spannungen verlässlich berechnet werden (dazu jedoch im relevanten Kapitel mehr). Die Randbedingungen sind so gewählt, dass keine Bewegungen des Laufrades an der Lauf radnabe möglich sind.

Die experimentelle Modalanalyse wird zur Validierung der berechneten Eigenmoden und -frequenzen durchgeführt. Des Weiteren ist eine Aussage über die Imperfektion des Laufrades nicht mittels des perfekt umfangssymmetrischen und homogenen FEM-Modells des Laufrades möglich. Das Laufrad wird mittels Impulshammer zu Schwingungen angeregt, wobei der Ort der Anregung variiert. Die impulsartige Anregung des Laufrades ähnelt im Zeitbereich einem Dirac-Impuls

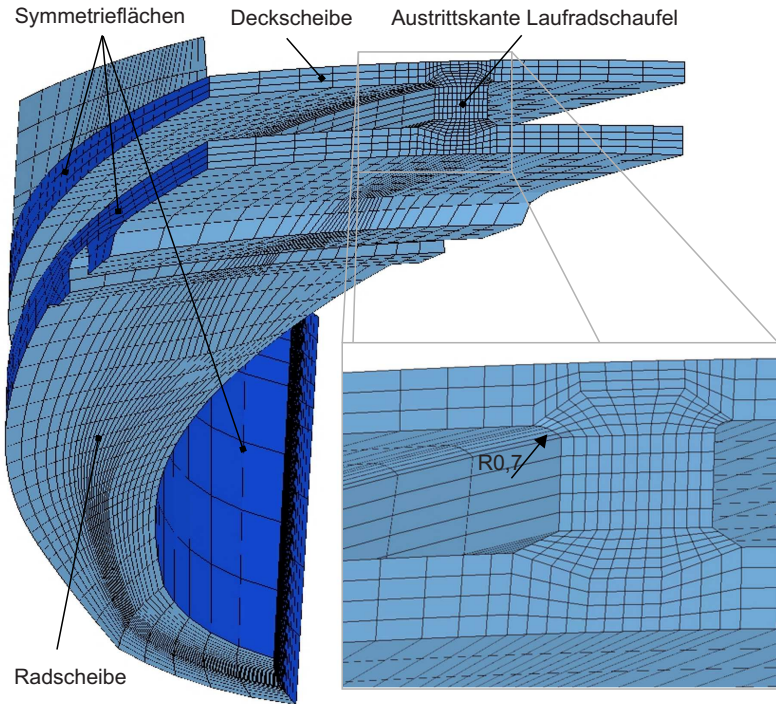


Abbildung 3.2.: Finite Elemente Modell des Laufrades

und enthält bis zu einer gewissen Grenzfrequenz alle Anregungsfrequenzen. Eigenfrequenzen des Laufrades, die unterhalb dieser Grenzfrequenz liegen, werden infolge des Hammerschlags zu Schwingungen angeregt. Sowohl der Impuls des Hammers als auch die Antwort der Laufradstruktur werden mit Beschleunigungssensoren für den jeweiligen Ort der Anregung gemessen und per Fourier Transformation in den Frequenzbereich transformiert. Der Quotient aus Schwingungsantwort und Anregung wird als *Frequency Response Function* (FRF) bezeichnet. Pro Anregungsort existiert somit eine FRF. Diese sind wie die Fourierkoeffizienten der Anregung und der Schwingungsantwort komplexwertig. Wird der Betrag einer FRF über der Frequenz dargestellt, sind Eigenfrequenzen des Laufrades durch Peaks im Verlauf der FRF sichtbar. Auf diese Weise können die Eigenfrequenzen des Laufrades bestimmt werden. Ferner enthalten die Imaginärteile

der verschiedenen FRFs Informationen über die angeregten Eigenschwingungsformen des Laufrades. Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Eigenschwingungsformen ist unter anderem in den Arbeiten von Avitabile [89] sowie von Schwarz und Richardson [90] zu finden.

Ferner können aus den Breiten der Resonanzpeaks in einer FRF die modalen Dämpfungen angeregter Eigenschwingungsformen mittels der Halbwertsbreite bestimmt werden [91] (siehe Abbildung 3.3). Das Lehrsche Dämpfungsmaß  $\zeta$  (siehe Gl. 2.6) ergibt sich aus der Breite des Peaks  $\Delta\omega$  und der Resonanzfrequenz  $\omega_{st}$  (unter der Annahme von viskoser Dämpfung) zu

$$\zeta = \frac{\Delta\omega}{2\omega_{st}}. \quad (3.1)$$

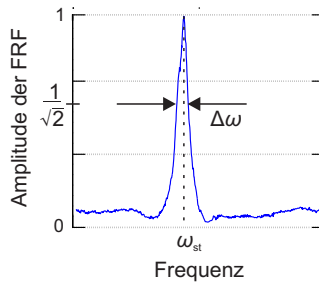


Abbildung 3.3.: Bestimmung der Dämpfung aus der Halbwertsbreite

Da die Laufradstruktur einer kreisrunden Scheibe ähnelt, können die niederfrequenten Eigenschwingungsformen des Laufrades analog zu denen kreisrunder Platten durch die Anzahl der in radialer und in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien ( $m_{st}$  bzw.  $n_{st}$ ) beschrieben werden.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die in der Literatur häufig gefundene Aussage, *die maximale Anzahl an Knotendurchmessern entspräche der halben Anzahl der Laufradschaufeln*, bei geschlossenen Laufrädern nicht sinnvoll ist. Diese Aussage resultiert daraus, dass bei halboffenen Laufrädern<sup>2</sup> häufig die Schwingungen der einzelnen Schaufeln gemessen werden. Folglich existieren über dem Umfang

<sup>2</sup>Halboffene Laufräder sind Laufräder ohne Deckscheibe.



des Laufrades  $B$  diskrete Messorte. Nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem<sup>3</sup> können somit nur Moden bis  $B/2$  (gerade Anzahl an Laufradschaufeln) bzw. bis  $(B - 1)/2$  (ungerade Anzahl an Laufradschaufeln) bestimmt werden.

In Tabelle 3.3 sind die Ergebnisse der rechnerischen und experimentellen Modalanalyse exemplarisch zusammengefasst. Die Dämpfung ist für alle Eigenschwingungsformen bestimmt worden, deren Peaks in der FRF separat auftreten und gilt für atmosphärischen Umgebungsdruck. Besitzen mehrere Eigenschwingungsformen ähnliche Eigenfrequenzen verschmelzen die Peaks in der FRF und eine Bestimmung der Dämpfung ist nicht möglich. Wie aus Tabelle 3.3 ersichtlich, stimmen die berechneten Eigenfrequenzen  $f_{\text{st,FEM}}$  gut mit den experimentell ermittelten  $f_{\text{st,exp}}$  überein. Lediglich bei der Eigenschwingungsform mit einem Knotendurchmesser ( $m_{\text{st}} = 1$ ) ist eine größere Abweichung vorhanden. Diese resultiert daraus, dass die experimentelle Modalanalyse des Laufrades mit Welle durchgeführt worden ist. Schwingt das Laufrad mit einem Knotendurchmesser, wird die Schwingungsenergie zu einem großen Teil in die Welle geleitet [48]. Laufrad und Welle sind daher bezüglich dieser Eigenschwingungsform stärker gekoppelt, was eine Beeinflussung der Eigenfrequenzen für Moden mit  $m_{\text{st}} = 1$  zur Folge hat. Dieser Effekt wird bei der FEM-Rechnung nicht erfasst, da die Welle nicht modelliert ist.

Oberhalb von 10 kHz ist die experimentelle Modalanalyse mit deutlichen Unsicherheiten belegt, da der Einfluss der Massen der auf dem Laufrad angebrachten Beschleunigungssensoren bei den hochfrequenten Eigenformen zunimmt. Die bestimmten Eigenformen und -frequenzen werden durch die Zusatzmassen der Beschleunigungssensoren verfälscht. Des Weiteren sind an den anregenden Impulshammer hohe Ansprüche gestellt, damit eine Anregung von extrem hochfrequenten Moden gewährleistet wird. Für spätere Auswertungen zum Thema *rotierende oder feste Knotendurchmesser* ist das jeweilige Frequenzsplitting  $\Delta f_{\text{splitting}}$  der einzelnen Eigenformen ebenfalls aufgeführt.

Die obige Art der Charakterisierung von Laufradeigenschwingungsformen durch die Angabe von radial und in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien ist, wie schon erwähnt, für die niederfrequenten Eigenformen sinnvoll. Je größer die Modenordnung wird, desto größer wird der Einfluss der Laufradschaufeln und desto

---

<sup>3</sup>Das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem besagt, dass ein kontinuierliches, bandbegrenzttes Signal mit der Maximalfrequenz  $f_{\text{max}}$  mit einer Frequenz größer  $2 \cdot f_{\text{max}}$  abgetastet werden muss, damit im zeitdiskreten Signal alle Informationen des Ursprungssignals enthalten sind [92].

$m_{\text{st}}$	$n_{\text{st}}$	$f_{\text{st,FEM}}$ in Hz	$f_{\text{st,exp}}$ in Hz	relative Frequenzab- weichung	Lehrsches Dämpfungs- maß	$\Delta f_{\text{splitting}}$
1	0	1526	1663	-8,24%	-	0,0158
2	0	1565	1520	2,96%	0,0032	0,0070
3	0	2788	2771	0,61%	0,0009	0,0008
4	0	4020	3987	0,83%	0,0005	0,0027
5	0	5101	5034	1,33%	0,0007	0,0018
6	0	6098	5992	1,77%	0,0009	0,0040
8	0	9918	9738	1,77%	0,0009	0,0010
12	0	12705	12720	1,84%	0,0007	-
2	1	6857	6750	1,59%	-	0,0021

Tabelle 3.3.: Ergebnisse der Modalanalyse

stärker weichen die Eigenschwingungsformen des Laufrades von der einer kreisrunden Scheibe ab. Die Eigenschwingungsformen lassen sich in Umfangsrichtung nicht mehr durch eine einzige trigonometrische Funktion beschreiben, sondern vielmehr durch eine Überlagerung mehrerer. Ferner sind bei höherfrequenten Eigenschwingungsformen die Schwingungsform von Deck- und Radscheibe trotz starker konstruktiver Kopplung nicht identisch. Je nach Eigenmode weichen die Schwingungsamplituden und/oder die Anzahl der in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien von Rad- und Deckscheibe voneinander ab. Des Weiteren schwingen Rad- und Deckscheibe nicht zwingend in Phase.

In Abbildung 3.4 sind exemplarisch mittels FEM berechnete Eigenschwingungsformen dargestellt. Im oberen Abschnitt ist die Eigenschwingungsform mit fünf Knotendurchmessern abgebildet. Der Konturplot zeigt die axiale Auslenkung der Deckscheibe. In dem Diagramm oben rechts ist die axiale Auslenkung der Rad- und Deckscheibe am äußeren Radius des Laufrades über dem Umfang dargestellt. Die rot-gestrichelten Linien deuten die Position der Laufradschaufeln an. Die beiden verbleibenden Diagramme zeigen die modale Zusammensetzung der Eigenschwingungsform (am äußeren Radius) für Rad- und Deckscheibe. Alle Größen sind mittels der maximalen axialen Auslenkung auf der Deckscheibe normiert. Neben der offensichtlichen Komponente mit der Modenordnung  $m_{\text{st}} = 5$  existieren durch den Laufradschaufeleinfluss weitere Anteile mit den Ordnungen

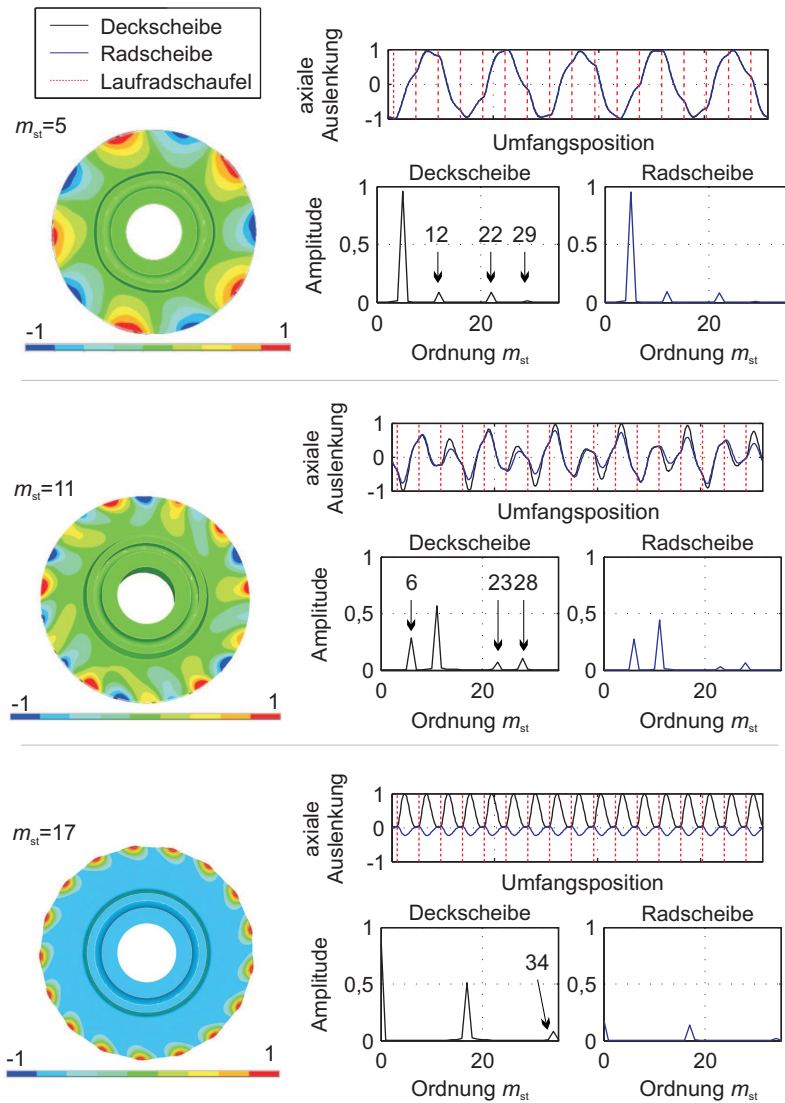


Abbildung 3.4.: Eigenschwingungsformen des Laufrades

$m_{\text{st}} = 12, 22$  und  $29$  usw.. Der Einfluss der Schaufeln ist jedoch gering, so dass die Amplituden dieser Anteile deutlich geringer als die der Hauptkomponente sind. Die Bezeichnung *Eigenschwingungsform mit fünf Knotendurchmessern* ist daher streng genommen nicht korrekt, wird jedoch aus Gründen der Übersichtlichkeit beibehalten. Ferner ist zu erkennen, dass Rad- und Deckscheibe in Phase schwingen und nahezu identische Amplituden besitzen.

Im mittleren Teil ist die Eigenschwingungsform mit elf Knotendurchmessern abgebildet. Die Darstellungsformen sind analog zu den obigen gewählt. Der Anteil mit der Ordnung  $m_{\text{st}} = 11$  ist der dominante, jedoch sind die Anteile der anderen Komponenten (z.B.  $m_{\text{st}} = 6, 23$  und  $28$ ) im Vergleich zur Eigenschwingungsform mit fünf Knotendurchmessern deutlich größer. Des Weiteren sind die Amplituden auf Rad- und Deckscheibe nicht mehr identisch. Die Nebenkomponten ergeben sich bei Durchsicht der verschiedenen Eigenschwingungsformen im Allgemeinen zu

$$m_{\text{st}} = |m_{\text{st,haupt}} \pm j \cdot B|, \quad (3.2)$$

wobei  $j = 1, 2, 3 \dots$  ein harmonischer Index,  $B$  die Schaufelzahl und  $m_{\text{st,haupt}}$  die Hauptkomponente der Schwingungsform ist.

Der untere Teil der Abbildung zeigt eine Eigenschwingungsform, bei der jeder Laufradkanal „atmet“. Rad- und Deckscheibe schwingen  $180^\circ$  phasenverschoben, so dass sich die Laufradkanäle auf- und zuziehen. Neben der ersten Harmonischen der Grundkomponente ( $m_{\text{st}} = 34$ ) treten keine Nebenkomponten auf.

Die ermittelten Eigenfrequenzen und -schwingungsformen sind bei atmosphärischen Bedingungen bestimmt worden. Einflüsse aufgrund der höheren Temperaturen und der Drehzahl im Verdichter sind zu berücksichtigen. Ferner entsprechen die bestimmten Eigenfrequenzen aufgrund des vernachlässigbaren Einflusses des umgebenden Fluids (bzgl. der Eigenfrequenzen des Laufrades) nahezu exakt den Eigenfrequenzen des separat betrachteten Laufrades ohne jegliche Kopplung der Laufradstruktur und der Umgebung (streng genommen ist dies nur der Fall, wenn das Laufrad in Vakuum untersucht wird und schwebend gelagert ist). Während des Versuchsbetriebs bilden das Laufrad und das umgebende Fluid jedoch ein gekoppeltes System. Escalar et al. [33] sowie Magara und Narita [34] haben gezeigt, dass bei hohen Dichten des umgebenden Mediums die Eigenfrequenzen des separat betrachteten Laufrades deutlich von den Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems, bestehend aus dem Laufrad und dem umgebenden Fluid, abweichen.

### 3.3. Harmonic Response Analysis

In diesem Abschnitt werden Vorgehensweise und Ergebnisse der *Harmonic Response Analysis* (HRA) mittels der Methode der Finiten Elemente vorgestellt. Bei einer solchen Analyse wird eine Struktur harmonisch mit einer bestimmten Frequenz zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Der transiente Einschwingungsvorgang wird nicht betrachtet, lediglich der eingeschwungene Zustand. Die Form der Anregung, die Anregungsfrequenz sowie die Dämpfung der Struktur können dabei beliebig vorgegeben werden. Zweck dieser Analyse ist

- die Lokalisierung der Orte maximaler Spannung im Falle einer Resonanz
- die Bestimmung sinnvoller Messpositionen der Dehnungsmessstreifen (siehe Kap. 4.1.1)
- das Abschätzen der maximalen Spannungen im Versuchsbetrieb anhand der gemessenen Dehnungen (siehe Kap. 4.1.1)
- die Validierung und Veranschaulichung des theoretischen Modells zur Energieübertragung *Fluid*->*Laufradstruktur* (siehe Kapitel 2.4)

Für die folgenden Untersuchungen wird angenommen, dass die Anregungen des Laufrades während des Verdichterbetriebs aufgrund von Druckschwankungen in den Radseitenräumen erfolgen. Aus diesem Grund wird als Anregung eine Druckverteilung auf der Deckscheibe des Laufrades definiert, die eine vorgegebene Anzahl von Maxima über dem Umfang besitzt und in radialer Richtung konstant ist. Das Druckmuster entspricht in Umfangsrichtung einer stehenden Welle. Da ein lineares Verhalten der Struktur angenommen wird, ist die Schwingungsantwort direkt proportional zur Anregungsamplitude. Da im Folgenden qualitative Auswertungen beschrieben werden, ist die anregende Amplitude beliebig gewählt. Abbildung 3.5 zeigt beispielhaft die anregende Druckverteilung mit sechs Maxima über dem Umfang.

Um die maximalen aus der jeweiligen Anregung resultierenden Spannungen zuverlässig berechnen zu können, sind bestimmte Anforderungen an das Finite Elemente Modell gestellt. Eine vorab durchgeführte Studie hat gezeigt, dass in der Geometrie vorkommende, innenliegende Radien mindestens durch sechs Knoten diskretisiert werden müssen, um eine gitterunabhängige Lösung zu erhalten. Spannungen in innenliegenden Ecken sind nie gitterunabhängig, da in der Ecke eine Singularität vorliegt. Je feiner das Gitter gewählt wird, desto größer wird

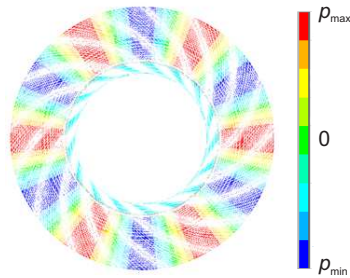


Abbildung 3.5.: Anregende Druckverteilung (sechs Maxima) auf der Deckscheibe des Laufrades

die berechnete Spannung im Element, das direkt in der Ecke lokalisiert ist. Die im Laufrad auftretenden maximalen Spannungen werden im Übergang von den Schaufelaustrittskanten und der Deckscheibe erwartet. Die Deckscheibe wird mittels Hartlötens mit den Laufradschaufeln verbunden. Durch das Lot entspricht der Übergang von Deckscheibe und Schaufeln keiner scharfen Kante sondern einem kontinuierlichen Verlauf der näherungsweise durch einen Radius ( $R \approx 0,5 - 0,7$  mm) modelliert wird. Wie der vergrößerten Darstellung in Abbildung 3.2 entnommen werden kann, genügt das FEM-Modell des Laufrades den Anforderungen der Gitterunabhängigkeitsstudie: Der Radius ist durch fünf Elemente bzw. sechs Knoten abgebildet.

Da die Spannungen und Dehnungen im Laufrad im Falle einer Resonanz berechnet werden sollen, wird die Anregungsfrequenz jeweils identisch zu einer Laufradeigenfrequenz gewählt. Die modale Dämpfung ist, wie in Kapitel 5.5.4 gezeigt wird, abhängig von den Umgebungsbedingungen und somit nicht konstant. So weicht die Dämpfung der Laufradstruktur je nach Umgebungsdruck deutlich von der bei atmosphärischen Bedingungen ab. Da die berechneten Spannungen direkt von der Dämpfung abhängen, können folglich keine allgemeingültigen Spannungen berechnet werden. Aus diesem Grund findet im Folgenden eine rein qualitative Auswertung statt. Der für die Berechnungen notwendige Dämpfungswert ist dabei nicht relevant und wird beliebig gewählt. Um Vergleiche zwischen unterschiedlichen Anregungsformen zu ermöglichen, ist dieser Wert in allen Rechnungen identisch. Die Modenordnung des anregenden Druckmusters entspricht zunächst der Anzahl der Knotendurchmesser der zur Eigenfrequenz der Struktur zugehörigen Eigenform. In anderen Worten: Die Schwingungsform

mit z.B. vier Knotendurchmessern wird durch ein Druckmuster mit vier Maxima über dem Umfang in ihrer Eigenfrequenz zu erzwungenen Schwingungen angeregt (Resonanz); Die Schwingungsform mit fünf Knotendurchmessern durch ein Druckmuster der Modenordnung fünf, usw.. Die eingestellte Dämpfung ist so minimal, dass die Eigenfrequenzen des gedämpften Laufrades in guter Näherung denen des ungedämpften entsprechen.

Die Ergebnisse werden im Folgenden exemplarisch anhand der Anregung der Eigenschwingungsform  $m_{st} = 4$  vorgestellt. Abbildung 3.6 zeigt die aus der Anregung resultierenden von-Mises Dehnungen<sup>4</sup> im Bereich des Laufradaustritts. Dabei ist die Perspektive so gewählt, dass der Betrachter in einen Laufradkanal bzw. auf die Austrittskante einer Laufradschaufel blickt. Wie erwartet, sind die maximalen Dehnungen und somit Spannungen im Übergang zwischen den Laufradschaufeln und der Deckscheibe zu finden. Die Dehnungsmaxima befinden sich am äußeren Radius des Laufrades, jeweils auf den Saugseiten der Schaufeln. Dieses Ergebnis bestätigt sich unabhängig von der betrachteten Eigenschwingungsform, die angeregt wird. An welcher Schaufel das absolute Maximum auftritt, ist dahingegen abhängig von der angeregten Eigenschwingungsform und der relativen Position des anregenden Druckmusters zu den Laufradschaufeln.

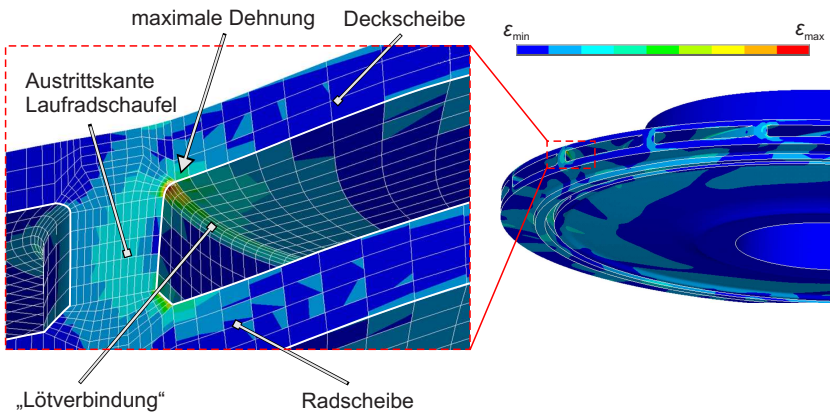


Abbildung 3.6.: Von-Mises Dehnungen in der Laufradstruktur

<sup>4</sup>Die von-Mises Dehnung ist die zur von-Mises Spannung proportionale Dehnung. Der Proportionalitätsfaktor ist der Elastizitätsmodul. Die von-Mises Spannung ist eine Vergleichsspannung zur Beurteilung der Lebensdauer von zähen Werkstoffen wie Stahl.

Abbildung 3.7 zeigt die im Falle der Resonanz resultierenden axialen Auslenkungen und Dehnungen in Umfangsrichtung  $\epsilon_\varphi$  in der Deckscheibe. Die Darstellungsform ist analog zu der in Abbildung 3.4 gewählt. Im oberen Teil ist die axiale Auslenkung der Deckscheibe gezeigt. Der Konturplot zeigt nicht das Ergebnis der Modalanalyse, sondern die resultierende Schwingungsantwort aufgrund der Resonanz der Struktureigenform  $m_{st} = 4$ . Wie erwartet schwingt das Laufrad in seiner Eigenschwingungsform. Die modale Zerlegung der Auslenkung zeigt, dass neben der Hauptkomponente  $m_{st} = 4$  nahezu keine Nebenkomponten existieren (wie schon in Kapitel 3.2 beschrieben). Im unteren Teil der Abbildung sind in gleicher Art und Weise die Dehnungen in Umfangsrichtung dargestellt<sup>5</sup>. Im Gegensatz zur axialen Auslenkung zeigt die modale Zerlegung eine Vielzahl von Komponenten und wird nicht von einer einzigen dominiert. Das heißt, obwohl die niederfrequenten Eigenschwingungsformen des Laufrades denen einer kreisrunden Scheibe ähneln, weichen Dehnungs- bzw. Spannungsverteilungen im Bauteil, im Falle einer Anregung, von denen einer Scheibe ab. Der Einfluss der Laufradschaufeln ist bezüglich der Bauteildehnung deutlich größer als bezüglich der Bauteilauslenkung. Neben der erwarteten Komponente  $m_{st} = 4$  ist z.B. eine Komponente mit der Ordnung  $m_{st} = 21$  und nahezu gleicher Amplitude zu finden. Diese Erkenntnis ist wichtig, da aufgrund dieses Sachverhalts aus der Phasendifferenz zweier DMS-Signale nicht auf die Modenordnung der angeregten Schwingungsform geschlossen werden kann.

Da das anregende Druckmuster als stehende Welle definiert ist, sind die Knotendurchmesser der angeregten Schwingungsform bzgl. des Laufrades ortsfest. Dehnungs- und Schwingungsamplituden sind (neben der radialen Position) abhängig von der Umfangsposition. Die relativen Dehnungsmaxima in Deck- und Radscheibe befinden sich, unabhängig davon wie das anregende Druckmuster gedreht wird, saugseitig der Schaufeln. Dieser Sachverhalt bestätigt sich für nahezu alle Eigenschwingungsformen. Welches Maximum das absolute Maximum darstellt, ist dahingegen abhängig von der Ausrichtung des Druckmusters. Im Gegensatz dazu hängen die Positionen der Schwingungsmaxima direkt von der Ausrichtung des anregenden Druckmusters ab. Wird dieses um einen beliebigen Winkel gedreht, dreht sich die angeregte Eigenschwingungsform um den gleichen Wert.

---

<sup>5</sup>Die Farbskalierungen in den Abbildungen 3.6 und 3.7 sind verschieden. Die Dehnungen in der Deckscheibe sind deutlich geringer als im Übergang zwischen Laufradschaufel und Deckscheibe.



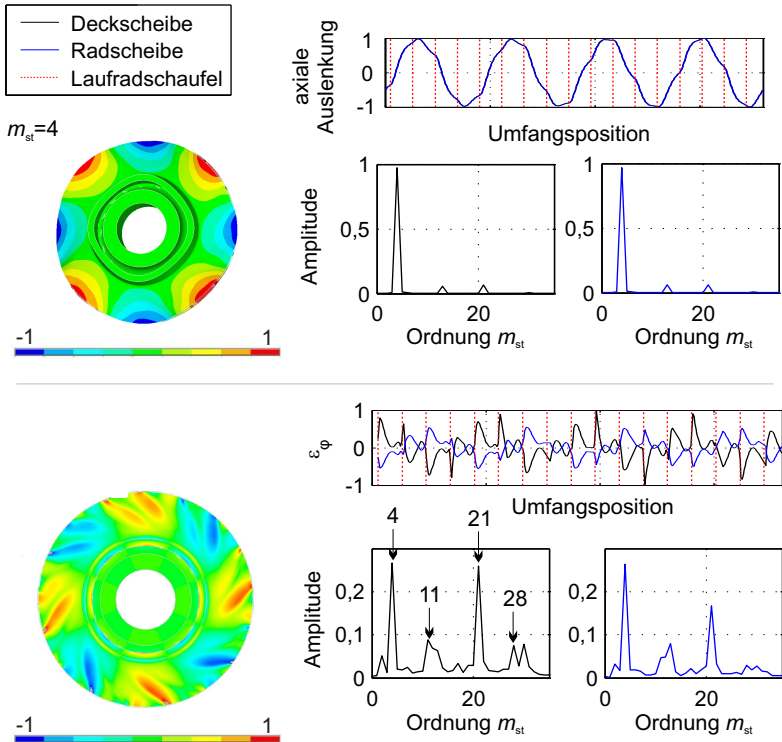


Abbildung 3.7.: Schwingungsantwort des Laufrades im Resonanzfall - Unterschied Auslenkung/Dehnung

Wird nun eine rotierende Anregung angenommen, folgt aus den obigen Beobachtungen, dass die resultierende Schwingungsform des Laufrades und die sich ausbildenden Knotendurchmesser ebenfalls rotieren. Folglich sind die auftretenden Schwingungsamplituden unabhängig von der Umfangsposition. Der Einfluss der Schaufeln ist gering. Dies gilt vor allem für Schwingungsformen mit einer niedrigen Modenordnung (siehe Abb. 3.4). Aufgrund des Einflusses der Laufradschaufeln gilt dies nicht für die Bauteildehnung. Auch im Falle rotierender Knotendurchmesser erfahren lediglich Orte mit gleicher relativer Position bzgl. der Laufradschaufeln (zeitversetzt) die gleichen Dehnungen.

Zur Validierung der in Kapitel 2.4 vorgestellten Überlegungen zum Thema der Laufradanregung bzw. der Energieübertragung *Fluid->Laufradstruktur* werden drei weitere (*harmonic response*) Rechnungen durchgeführt.

Die anregende Frequenz ist so gewählt, dass diese der Eigenfrequenz der Struktureigenform mit  $m_{st} = 5$  entspricht. Die zugehörige Eigenschwingungsform ist in Abbildung 3.4 (oben) dargestellt. Das anregende Druckmuster wird jeweils variiert und die maximal auftretenden Spannungen ausgewertet. Die Modenordnung des anregenden Druckmusters variiert zwischen  $m_{st} = 5, 12$  und  $13$ . Die Amplitude ist konstant. Die resultierenden Spannungen sind mittels des maximal auftretenden Wertes aus den drei Rechnungen normiert. Tabelle 3.4 fasst die Ergebnisse zusammen.

Je mehr die Form der Anregung mit der zur Struktureigenfrequenz zugehörigen Eigenschwingungsform des Laufrades übereinstimmt, desto effektiver ist diese. Stimmt die Anzahl der Maxima des Druckmusters mit einer Nebenkompente der Struktureigenform ( $m_{st} = 12$ ) überein, findet ebenfalls eine Anregung statt. Diese ist jedoch deutlich geringer als die Anregung aufgrund des Druckmusters mit fünf Maxima. Dennoch wird Energie vom anregenden Druckmuster an das Laufrad übertragen. Aus der Anregung mit dem 13er-Druckmuster resultieren keine Laufradschwingungen, obwohl die anregende Frequenz nach wie vor der Eigenfrequenz des Laufrades entspricht.

Eine Anregung des Laufrades findet also nur bei Frequenz- und Formgleichheit statt. Formgleichheit bedeutet, dass die Modenordnung des Druckmusters einer modalen Komponente der zur Struktureigenfrequenz zugehörigen Eigenschwingungsform des Laufrades gleicht. Die Untersuchungen via HRA bestätigen die in Kapitel 2.4 aufgeführten Erkenntnisse, die anhand eines einfachen analytischen Modells hergeleitet worden sind. Abschließend sei angemerkt, dass das Laufrad unabhängig vom anregenden Druckmuster in der vollständigen Eigenschwingungsform schwingt.

Modenordnung des anregenden Druckmusters	5	12	13
$\sigma/\sigma_{\max}$	1	0, 12	$< 10^{-5}$

Tabelle 3.4.: Einfluss des anregenden Druckmusters auf die resultierenden maximalen Spannungen im Bauteil

### 3.4. Akustische Eigenschwingungsformen im Verdichter

Begleitend zu den experimentellen Untersuchungen sind von König [84], [93] detaillierte Berechnungen zum Thema der akustischen Eigenschwingungsformen im Verdichtergehäuse durchgeführt worden. Da diese für die Interpretation der experimentellen Daten notwendig sind, werden in diesem Abschnitt die Ergebnisse zusammenfassend dargestellt.

Die Berechnung der akustischen Eigenmoden erfolgt mit Hilfe eines kommerziellen Akustik-Berechnungsprogramms. Das zu berechnende Gebiet wird mittels finiter Elemente diskretisiert. Die zugrundeliegende Wellengleichung (siehe Gl. 2.11) wird anschließend mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente im Frequenzbereich (Helmholtzgleichung) mittels der Block Lanczos Methode gelöst. Für weitere Details über das Berechnungsverfahren sowie über Untersuchungen zu den Randbedingungen bzw. zur Wahl des Rechengebiets wird auf die Arbeit von König [84] verwiesen.

Das Rechengebiet ist in Abbildung 3.8 dargestellt und umfasst nahezu die gesamte Verdichterstufe. Es beginnt stromabwärts der Eintrittsleitschaufeln und endet nach der 90° Umlenkung hinter den Rückführschaufeln. Neben dem Hauptströmungsweg sind die Radseitenräume inklusive der Labyrinthdichtungen modelliert. Alle Kavitäten sind miteinander verbunden. Stator- und Laufradschaufeln werden vernachlässigt. Am Ein- und Austritt des Rechengebiets sind reflexionsfreie Randbedingungen definiert<sup>6</sup>. Des Weiteren erfolgt die Berechnung der Eigenmoden unter der Annahme konstanter Fluideigenschaften und eines ruhenden Fluids, woraus folgt, dass auch der Laufradbereich stationär ist. Das Rechengebiet wird strukturiert vernetzt. Die Anzahl der Knoten in Umfangsrichtung beträgt 90, was zu einer Gesamtzahl von 70000 Knoten führt.

Die Anzahl der berechenbaren Eigenmoden wird lediglich durch Angabe einer oberen Grenzfrequenz in der Berechnung beschränkt. Abbildung 3.9 zeigt beispielhaft eine akustische Eigenschwingungsform. Die normierten Amplituden der Druckschwankung sind farblich dargestellt: Rote Bereiche stellen Gebiete mit hohen Druckschwankungen, blaue Bereiche Gebiete mit vernachlässigbaren Druckschwankungen (Knotenlinien) dar. Da in Abbildung 3.9 die Druckamplituden dargestellt sind, sind benachbarte Maxima gleichfarbig dargestellt, obwohl diese 180° phasenverschoben sind (durch Knotenlinien getrennte Bereiche müssen

---

<sup>6</sup>Die Aussage gilt streng genommen nur für ebene Wellen.

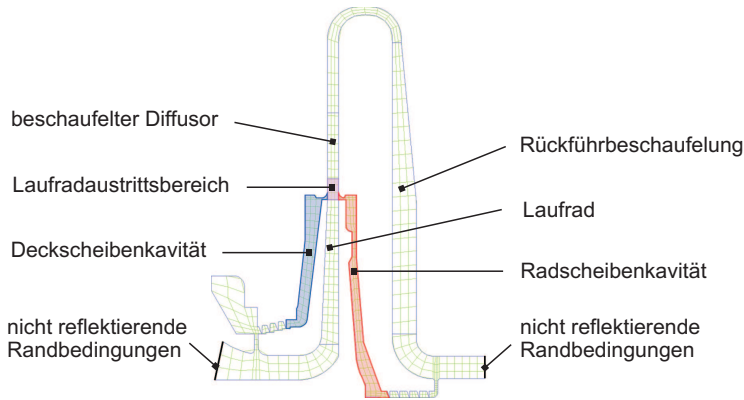


Abbildung 3.8.: Rechengebiet zur Berechnung der akustischen Eigenmoden [84]

zwangsweise gegenphasig schwingen). Moden, die sich über das gesamte Rechengebiet erstrecken, werden im Folgenden als global bezeichnet.

Die akustischen Eigenschwingungsformen im Verdichter lassen sich analog zu den akustischen Eigenschwingungsformen im Zylinder (analog zu den Laufradeigenformen) durch die Anzahl der in radialer und in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien ( $m_{ac}$  bzw.  $n_{ac}$ ) charakterisieren (vergleiche Kapitel 2.5.2). Die Anzahl der radial verlaufenden Knoten wird wie in vorangegangenen Kapiteln als Modenordnung bezeichnet. Die Schwingungsform in Abbildung 3.9 besitzt acht radial und drei in Umfangsrichtung verlaufende Knotenlinien (blaue, linienförmige Bereiche). Das linke Bild zeigt die Druckverteilung am Laufradeintritt, in der Deckscheibenkavität und im Ringraum. Zwei der drei in Umfangsrichtung sowie alle in radialer Richtung verlaufenden Knotenlinien sind zu sehen. Das rechte Bild zeigt die Druckverteilung im Achsschnitt. Die Umfangsposition des Schnitts liegt zwischen zwei radial verlaufenden Knotenlinien und verläuft daher durch ein Maximum. In dieser Darstellung sind alle in Umfangsrichtung verlaufenden Knoten ersichtlich. Die maximalen Druckschwankungen treten im äußeren Bereich des Laufrades sowie in den angrenzenden Kavitäten auf.

Innerhalb aller berechneten Eigenmoden existieren Eigenschwingungsformen, die näherungsweise auf die Radseitenräume beschränkt sind. Druckschwankungen im übrigen Rechengebiet sind vorhanden, jedoch zu vernachlässigen. Diese Eigenmoden werden als lokale Eigenmoden bezeichnet. Abhängig von Geometrie-

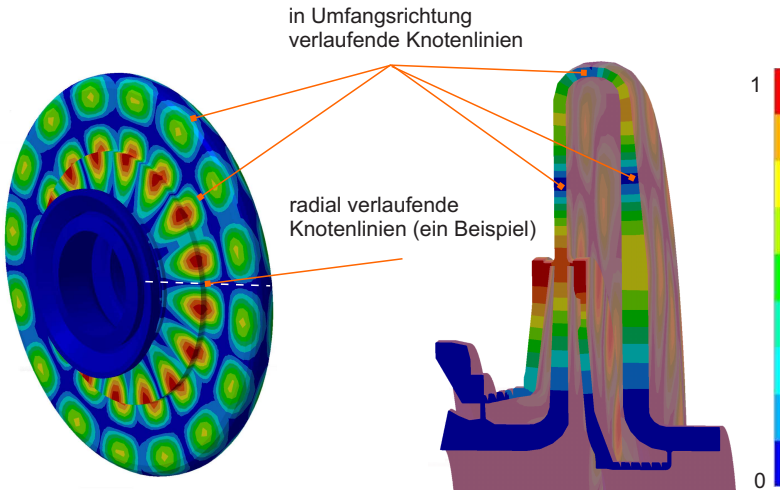


Abbildung 3.9.: Globale akustische Eigenschwingungsform; links: Druckverteilung am Laufradeintritt, in der Deckscheibenkavität und im Ringraum; rechts: Druckverteilung dargestellt im Achsschnitt [93]

parametern erstrecken sich diese lokalen Eigenmoden über beide Radseitenräume oder sind auf einen begrenzt. Ein Parameter, der grundlegenden Einfluss diesbezüglich besitzt, ist die Laufradaustrittsbreite  $b_2$ . Abbildung 3.10 zeigt zwei lokale akustische Eigenmoden für unterschiedliche Geometrien im Achsschnitt. Die farbliche Darstellung ist analog zur obigen gewählt. Das linke Bild zeigt einen akustischen Eigenmode ( $m_{ac} = 5$ ,  $n_{ac} = 0$ ) für die vorliegende Versuchsstandgeometrie. Druckschwankungen treten sowohl in der Rad- als auch in der Deckscheibenkavität auf, so dass beide Kavitäten gekoppelt sind. In der Höhe des Laufradaustritts befindet sich ein axialer Schwingungsknoten<sup>7</sup>, so dass im Laufradbereich nur minimale Druckschwankungen auftreten. Im rechten Bild ist für eine andere Geometrie ein akustischer Eigenmode ( $m_{ac} = 5$ ,  $n_{ac} = 1$ ) dargestellt, der lediglich in der Deckscheibenkavität auftritt. Die beiden Radseitenräume sind aufgrund der groeren Laufradaustrittsbreite nicht gekoppelt.

<sup>7</sup>Die Bezeichnung *axial* beschreibt in diesem Fall, dass der Schwingungsknoten eine bestimmte axiale Position besitzt und sich in radialer und Umfangsrichtung über das gesamte Rechengebiet erstreckt.

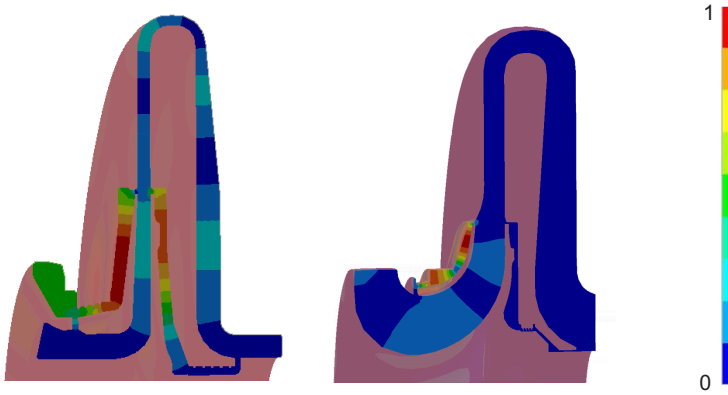


Abbildung 3.10.: Lokale akustische Eigenschwingungsformen; links: berechnete akustische Eigenschwingungsform ( $m_{ac} = 5$ ,  $n_{ac} = 0$ ) für die Versuchsstandgeometrie; rechts: berechnete akustische Eigenschwingungsform ( $m_{ac} = 5$ ,  $n_{ac} = 1$ ) für einen Verdichter mit größerer Laufradaustrittsbreite  $b_2$  [93]

Da die lokalen Eigenmoden nur Gebiete der Rechendomäne umfassen, die vom realen Versuchsstand minimal abweichen, werden diese mit guter Genauigkeit berechnet. König [84] hat gezeigt, dass der Einfluss der Statorschaufeln auf die Eigenfrequenzen der lokalen Eigenmoden kleiner 2% ist. Globale Eigenmoden erstrecken sich über den gesamten Strömungsbereich und sind durch die nicht modellierten Statorschaufeln und das angenommene stationäre Laufrad mit größeren Ungenauigkeiten behaftet. Studien von König [93] belegen, dass zur Berechnung der lokalen Eigenmoden ein Rechengebiet bestehend aus Rad- und Deckscheibenkavität (roter bzw. blauer Bereich in Abb. 3.8) sowie dem Laufradaustrittsbereich (violetter Bereich in Abb. 3.8) für akustische Moden mit einer Modenordnung größer vier ( $m_{ac} > 4$ ) und einer geraden Anzahl von in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien adäquat ist. Eigenfrequenzen und Schwingungsformen werden nur marginal beeinflusst und können aufgrund des kleineren Rechengebiets effektiver bestimmt werden. Die Anzahl der Knoten in Umfangsrichtung wird für das kleinere Rechengebiet auf 180 gesteigert, so dass auch Moden mit höherer Modenordnung zuverlässig berechnet werden können. Eine gute Genauigkeit der berechneten Eigenfrequenzen wird erreicht, wenn elf Knoten pro Wellenlänge vorhanden sind [84]. Folglich können akustische Eigen-

moden mit einer Ordnung  $m_{ac} < 17$  mit guter Genauigkeit bestimmt werden: Der Diskretisierungsfehler ist in diesem Fall kleiner als 1%. Abweichungen aufgrund konstant angenommener Fluideigenschaften sind von König kleiner 2% abgeschätzt worden [84]. Der gesamte Fehler aufgrund des reduzierten Rechengebietes (Einfluss:  $< 2\%$ ), der Diskretisierung und der konstant angenommenen Fluideigenschaften wird mittels der Summe der Fehlerquadrate abgeschätzt und ist kleiner als

$$\sqrt{0,02^2 + 0,01^2 + 0,02^2} = 3\%.$$

In Abbildung 3.11 sind zwei akustische Eigenschwingungsformen dargestellt, die mittels des reduzierten Rechengebiets berechnet sind. Die beiden linken Bilder zeigen den akustischen Eigenmode  $m_{ac} = 5$ . In den beiden rechten Bildern ist die akustische Eigenschwingungsform  $m_{ac} = 18$  dargestellt. Im Gegensatz zu den bisherigen Abbildungen ist nicht die Druckamplitude sondern eine Momentaufnahme des Drucks farblich dargestellt. Druckmaxima sind rot, Druckminima blau dargestellt. Grüne Bereiche stellen Gebiete mit vernachlässigbaren Druckschwankungen (Knotenlinien) dar. Eine halbe Wellenlänge in Umfangsrichtung versetzt sind rote und blaue Bereiche vertauscht. Die Bilder 3.11a und c zeigen die Druckverteilung mit Blick auf die Deckscheibenkavität. In den Abbildungen 3.11b und d sind die Druckverteilungen im Achsschnitt dargestellt. Rad- und Deckscheibenkavität sind gekoppelt und um  $180^\circ$  phasenverschoben (ersichtlich aus der Farbänderung für gleiche Umfangspositionen von rot zu blau von der Deck- zur Radscheibenkavität). Ferner fällt auf, dass mit steigender Ordnung des akustischen Eigenmodes die Maxima zum äußeren Radius der Kavitäten wandern. Dieser Sachverhalt ergibt sich direkt aus der Herleitung der akustischen Eigenschwingungsformen für zylindrische Körper (siehe Kap.2.5.2: Die Maxima der Besselfunktion wandern zu größeren Werten mit steigender Ordnung  $m_{ac}$  der Besselfunktion).

Aufgrund der Ähnlichkeit der lokalen akustischen Eigenmoden zu Eigenschwingungsformen des Laufrades (vergleiche Abb. 3.4 und 3.11a oben) stellen diese eine effektive Anregung der Laufradstruktur dar und stehen im Fokus dieser Arbeit. Vor allem akustische Moden mit axialem Knoten würden aufgrund der Phasenverschiebung zwischen Rad- und Deckscheibenkavität hohe axiale Kräfte auf das Laufrad ausüben.

Für die vorliegende Geometrie des Versuchsstandes erstrecken sich nahezu alle berechneten lokalen Eigenmoden über beide Radseitenräume, wobei je nach

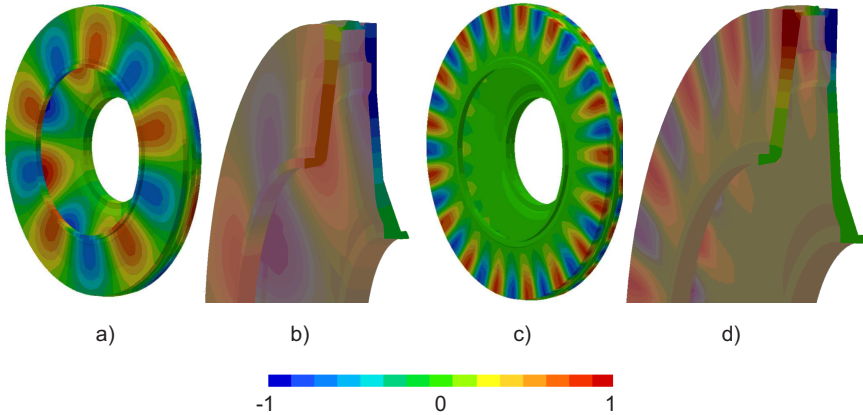


Abbildung 3.11.: Lokale, akustische Eigenschwingungsformen (reduziertes Rechengebiet); Momentaufnahme der Druckverteilung a)  $m_{ac} = 5$ ,  $n_{ac} = 0$ : Druckverteilung in der Deckscheibenkavität; b)  $m_{ac} = 5$ ,  $n_{ac} = 0$ : Druckverteilung im Achsschnitt; c)  $m_{ac} = 18$ ,  $n_{ac} = 0$ : Druckverteilung in der Deckscheibenkavität; d)  $m_{ac} = 18$ ,  $n_{ac} = 0$ : Druckverteilung im Achsschnitt [93]

Eigenschwingungsform die Druckschwankungen nicht gleichstark in beiden Kavitäten ausgeprägt sind. Diese Aussage ist allerdings nur unter der Annahme eines ruhenden Fluids gültig. Da eine strömungsbedingte Entkopplung beider Radseitenräume durchaus möglich ist, werden beide Radseitenräume ergänzend zur Berechnung des gesamten Rechengebiets getrennt modelliert und berechnet. Die Rechengebiete der separaten Radseitenräume sind in Abbildung 3.8 durch eine blaue bzw. rote Schattierung kenntlich gemacht. Die berechneten Eigenfrequenzen, basierend auf den *entkoppelten* Rechengebieten, weichen für die vorliegenden Randbedingungen meist nur gering von den Eigenfrequenzen der gekoppelten Moden ab. Ist eine gekoppelte Eigenschwingungsform in der Deckscheibenkavität dominant, stimmt die berechnete Eigenfrequenz  $f_{ac,kop}$ , basierend auf der gekoppelten Domäne, gut mit der Eigenfrequenz  $f_{ac,DK}$ , basierend auf der Deckscheibenkavität, überein. Der gleiche Sachverhalt gilt analog für akustische Moden, die in der Radscheibenkavität dominant sind.

An zwei Beispielen ist dieser Sachverhalt in Tabelle 3.5 verdeutlicht. Der gekoppelte akustische Mode  $m_{ac} = 3$  ist in der Radscheibenkavität, der Mode  $m_{ac} = 7$



in der Deckscheibenkavität dominant. Ein Vergleich der gekoppelten und entkoppelten Eigenfrequenzen bestätigt die obige Aussage.

$m_{ac}$	$f_{ac,kop}$ in Hz	dominant in ...	$f_{ac,DK}$ in Hz	rel. Abweichung von $f_{ac,DK}$ zu $f_{ac,kop}$	$f_{ac,RK}$ in Hz	rel. Abweichung von $f_{ac,RK}$ zu $f_{ac,kop}$
3	1773	Radscheibenkavität	1651	-6,9%	1815	2,4%
7	3039	Deckscheibenkavität	3016	-0,8%	3249	6,9%

Tabelle 3.5.: Vergleich der Eigenfrequenzen von ge- und entkoppelten akustischen Moden

### 3.5. Versuchsdurchführung

Der Betrieb des Verdichters kann in einen Rampenbetrieb und einen Betrieb konstanter Drehzahl unterschieden werden. In den Versuchsreihen werden beide Betriebsarten genutzt.

Im Rampenbetrieb wird der Verdichter von einer Start- auf eine Enddrehzahl beschleunigt. Diese Betriebsart wird als Hochlauf bezeichnet. Die Beschleunigung ist nahezu konstant und variiert um maximal  $\pm 1$  rpm/s, so dass die Drehzahl linear variiert wird. Während des Beschleunigungsvorgangs werden die Messsignale der verschiedenen Sensoren (siehe 4.1) kontinuierlich aufgezeichnet. Auf diese Art können die verschiedenen Resonanzstellen<sup>8</sup> im Drehzahlbereich des Verdichters mit einem vertretbaren Daten- und Zeitaufwand untersucht werden. In den durchgeführten Versuchen beträgt die minimal eingestellte Drehzahl 5000 rpm<sup>9</sup>. Die maximale Drehzahl beträgt 15600 rpm. Bezeichnungen der verschiedenen Versuchsläufe werden in Tabelle 3.6 eingeführt.

<sup>8</sup>Als Resonanzstelle werden Betriebspunkte des Verdichters bezeichnet, bei dem eine Struktur- oder akustische Resonanz auftritt.

<sup>9</sup>Zuvor durchgeführte Untersuchungen haben gezeigt, dass unterhalb dieser Drehzahl sowohl die Druckschwankungen als auch die Laufradschwingungen marginal sind.

Um trotz des nicht stationären Betriebs des Verdichters während eines Hochlaufs sicherzustellen, dass überstrebte Resonanzen sich nahezu vollständig ausbilden und durch die variable Anregungsfrequenz nicht verfälscht werden, ist die Beschleunigung des Verdichters gering. Der Betriebszustand des Verdichters kann als quasi-stationär bezeichnet werden. Ewins [91] gibt die maximale Änderungsrate  $S_{\max, \text{exc}}$  einer linear variierenden Anregungsfrequenz nach der ISO-Norm an:

$$S_{\max, \text{exc}} = 3,6 \cdot f_{\text{st}}^2 \zeta^2 \quad [S_{\max, \text{exc}}] = \frac{\text{Hz}}{\text{s}},$$

wobei  $\zeta$  das Lehrsche Dämpfungsmaß und  $f_{\text{st}}$  die Eigenfrequenz der jeweiligen Struktureigenschwingungsform ist. Die maximale Änderungsrate bezüglich akustischer Resonanzen kann aufgrund fehlenden Wissens über die Dämpfung akustischer Moden nicht bestimmt werden. Geringe Änderungsraten ergeben sich für niederfrequente Eigenschwingungsformen mit geringer Dämpfung. Aus Tabelle 3.3 geht hervor, dass die Struktureigenform mit vier Knotendurchmessern bei atmosphärischen Bedingungen die kritischste Kombination aus Eigenfrequenz und Dämpfung aufweist. Aus diesem Grund wird im Folgenden anhand dieses Beispiels die maximal zulässige Änderungsrate der Drehzahl berechnet. Die in dieser Arbeit betrachteten Anregungen des Laufrades erfolgen durch drehzahlharmonische Druckschwankungen. Folglich ergibt sich die maximal zulässige Änderungsrate der Verdichterdrehzahl  $n_{\text{shaft}}$  zu

$$S_{\max, n_{\text{shaft}}} = 3,6 \cdot \frac{1}{f_{*R}^2} f_{\text{st}}^2 \zeta^2 \quad (3.3)$$

wobei die Variable  $f_{*R}$  die Drehzahlharmonische angibt (Die Bedeutung des hochgestellten Index wird in Kapitel 5 erläutert). Im Rahmen der durchgeführten Experimente werden Drehzahlharmonische bis zur 90. Ordnung betrachtet. Damit folgt die maximale Änderungsrate der Drehzahl zu

$$S_{\max, n_{\text{shaft}}} = 576 \frac{\text{rpm}}{\text{min}}, \quad (3.4)$$

wobei die Änderungsrate in die Einheit rpm/min umgerechnet ist. Im Versuchsbetrieb wird der Verdichter im Allgemeinen um 500 rpm/min beschleunigt, so dass die maximale Änderungsrate nicht überschritten wird. Ferner stellt sich in späteren Auswertungen heraus, dass die Dämpfungen der Laufradeigenschwingungsformen im Verdichterbetrieb deutlich höher sind als die bei Umgebungsdruck ermittelten. Dies führt dazu, dass die maximal zulässige Änderungsrate

der Drehzahl deutlich größer als die in den Experimenten verwendete ist. Somit ist die in den Hochläufen verwendete Beschleunigung des Verdichters definitiv niedrig genug, um Dehnungsamplituden des Laufrades im Falle der Resonanz zuverlässig zu ermitteln. Ergänzend werden zu den Hochläufen Versuche bei konstanter Drehzahl durchgeführt. Diese dienen der Verifikation via Hochlaufversuch gemessener Druck- bzw. Dehnungsamplituden.

Während eines Versuchslaufs sind der Eintrittsdruck des Verdichters ( $\pm 0,1$  bar), die Gaszusammensetzung ( $\pm 0,002$  Prozentpunkte bzgl. der Volumenanteile der Gaskomponenten) sowie die Stellung der druckseitigen Drossel konstant. Der Anstieg der Eintrittstemperatur mit steigender Drehzahl kann nicht vollständig vermieden werden, so dass diese während eines Versuchslaufs variiert. Versuchsläufe mit variierender Drehzahl stellen im Verdichterkennfeld eine Anlagenkennlinie dar. Je nach Wunsch werden in den einzelnen Versuchsläufen die (anfängliche) Temperatur, der Eintrittsdruck, die Gaszusammensetzung sowie die Drosselstellung variiert. Dies geschieht, um den Einfluss der Gasparameter (Druck, Dichte, Schallgeschwindigkeit usw.) bzgl. der Druckschwankungen und der Laufradanregung zu untersuchen. So kann z.B. durch Variation des Eintrittsdrucks die Dichte des Gases bei nahezu konstanter Schallgeschwindigkeit variiert werden. Eine deutliche Variation der Schallgeschwindigkeit im Verdichter wird dahingegen durch eine Variation des Gasgemisches erreicht. Ferner werden in den Versuchen zwei unterschiedliche Drosselklappenstellungen eingestellt, um das Verhalten des Verdichters sowohl im *off-design* (entfernt vom Auslegungspunkt) als auch in der Nähe des Auslegungspunktes zu untersuchen: Bei der ersten Variante ist die Drossel vollständig geöffnet und der Verdichter wird an der Schluckgrenze (*off-design*) betrieben. Bei der zweiten Variante wird die Drossel teilweise geschlossen, so dass der Hochlauf durch den Auslegungspunkt des Verdichters verläuft.

Tabelle 3.6 fasst die für diese Arbeit relevanten, durchgeführten Versuche zusammen. Die Hochläufe sind in der Reihenfolge in der diese in Kapitel 5 betrachtet werden sortiert. Der jeweilige Eintrittsdruck, das Gasgemisch sowie die Positionen der Hochläufe im Kennfeld sind angegeben. Ferner sind für die verschiedenen Hochläufe die Varianten des Versuchsaufbaus (schaufelloser oder beschauelter Diffusor) sowie der Instrumentierung angegeben. Die rechte Spalte fasst die Drehzahlbereiche der Hochläufe zusammen.

In Abbildung 3.12 sind schematisch zwei Hochläufe im Kennfeld des Verdichters dargestellt. Der Hochlauf *run-up01* liegt in der Kennfeldmitte und verläuft durch den Auslegungspunkt des Verdichters, wohingegen der Hochlauf *run-up02* an der

Bezeichnung	Eintrittsdruck in bar	Gasgemisch	Position im Kennfeld	Diffusorart	Variante der Laufradinstrumentierung	Drehzahlbereich in rpm	
run-up09	30, 9	100% N <sub>2</sub>	Schluckgrenze	V <sub>Dif</sub> = 10	Variante I	5000 – 15000	
run-up06	24, 1						
run-up17	5, 9						
run-up16	1, 3						
run-up47	20, 3	67% N <sub>2</sub> , 33% He	Kennfeldmitte		Variante II		
run-up46	20, 1	42% N <sub>2</sub> , 58% He					
run-up45	20, 3	27% N <sub>2</sub> , 63% He					
run-up44	19, 8	17% N <sub>2</sub> , 83% He					
run-up43	20, 5	10% N <sub>2</sub> , 90% He	Schluckgrenze				
run-up25	20, 2	100% N <sub>2</sub>					Kennfeldmitte
run-up34	20, 0						
run-up26	20, 1						
run-up27	20, 0						
run-up29	20, 3						
run-up12	20, 0		Schluckgrenze		Variante I	5000 – 15600	
run-up40	20, 3	69% N <sub>2</sub> , 31% He			Variante II	5000 – 15000	
run-up22	20, 3	100% N <sub>2</sub>	Schluckgrenze	unbeschaufelt	-		
run-up402	21, 7			V <sub>Dif</sub> = 10	Variante II	13500 – 14500	
run-up404	11, 2						
run-up406	6, 7						
run-up408	3, 0						

Tabelle 3.6.: Messmatrix

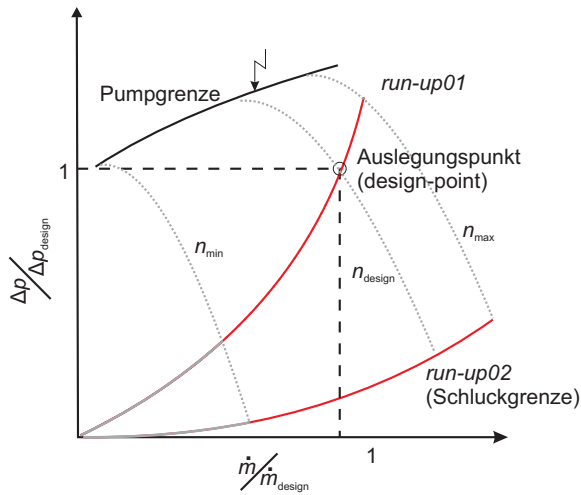


Abbildung 3.12.: Exemplarische Darstellung zweier Hochläufe im Verdichterkennfeld

Schluckgrenze gelegen ist.



## KAPITEL 4

---

### Messtechnik

---

In diesem Kapitel wird die im Versuchsstand installierte Messtechnik beschrieben sowie die Messgenauigkeit diskutiert. Für die verschiedenen Sensoren werden Bezeichnungen eingeführt, auf die sich in Folgekapiteln bezogen wird.

#### 4.1. Instrumentierung

Die installierte Messtechnik im Versuchsstand wird in zwei Gruppen unterschieden. Die erste Gruppe umfasst die zeitlich hochauflösende Messtechnik, im Folgenden als schnelle Messtechnik bezeichnet, und dient zur Detektion zeitdynamischer Phänomene. Die zeitlich niedrigauflösenden Sensoren, im Folgenden als langsame Messtechnik bezeichnet, bilden die zweite Gruppe. Diese Sensoren dienen unter anderem zur Bestimmung des Verdichterbetriebspunktes sowie zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit und des Kernrotationsfaktors.

#### 4.1.1. Schnelle Messtechnik

Die schnelle Messtechnik umfasst Dehnungsmessstreifen (DMS) sowie Druck- und Schwingungssensoren auf der Stator- (Gehäuse) und Rotorseite (Laufrad) des Verdichters. Abbildung 4.1 zeigt eine Übersicht der installierten Sensorik. Die Bezeichnung der Druckmessstellen erfolgt nach folgendem Prinzip: Der erste Buchstabe gibt an, welche Größe gemessen wird ( $p$ : Druck). Der zweite Buchstabe deklariert das Bezugssystem des Sensors ( $R$ : Rotorbezugssystem,  $S$ : Statorbezugssystem). Der letzte Teil der Bezeichnung beschreibt die Messposition ( $DK$ : Deckscheibenkavität,  $RK$ : Radscheibenkavität,  $LD$ : Labyrinthdichtung,  $RR$ : Ringraum,  $RFB$ : Rückführbeschaufelung,  $LA$ : Laufradkanal). Im Falle mehrerer Messstellen mit ähnlicher Position werden diese durchnummeriert.

Auf der Statorseite befinden sich drei piezoresistive Drucksensoren in der Deckscheibenkavität ( $p$ - $S$ - $DK1$  bis  $3$ ; siehe Abb. 4.2c), ein piezoresistiver Drucksensor in der deckscheibenseitigen Labyrinthdichtung des Laufrades ( $p$ - $S$ - $LD$ ), zwei piezoelektrische Drucksensoren im Ringraum ( $p$ - $S$ - $RR1$  und  $2$ ; siehe Abb. 4.2c) sowie zwei weitere in einem Kanal der Rückführbeschaufelung ( $p$ - $S$ - $RFB1$  und  $2$ ; siehe Abb. 4.2d<sup>1</sup>). Die Einbausituation aller Messstellen ist wandbündig, so dass mögliche Strömungseinflüsse minimiert werden. Ferner ergibt sich aus der Einbausituation, dass die Drucksensoren den statischen Druck messen. Die piezoresistiven Drucksensoren werden mit Brückenverstärkern von Endevco Typ 4430A betrieben. Die piezoelektrischen Drucksensoren sind an Ladungsverstärker von Kistler Typ 5011 angeschlossen.

Auf der Rotorseite befinden sich fünf DMS auf der Deckscheibe des Laufrades ( $DMS1$  bis  $5$ ; siehe Abb. 4.2e) sowie zwei piezoresistive Miniatur-Drucksensoren, welche die Druckschwankungen in der Deckscheibenkavität bzgl. des Rotorbezugssystems messen ( $p$ - $R$ - $DK1$  und  $2$ ; siehe Abb. 4.2b). In der Variante I der Instrumentierung existieren ergänzend zwei Drucksensoren gleichen Typs, welche die Druckschwankungen in einem Kanal des Laufrades detektieren ( $p$ - $R$ - $LA1$  und  $2$ ). In der Variante II sind diese beiden Messstellen durch zwei Drucksensoren auf der Radscheibe ersetzt, welche die Druckschwankungen in der Radscheibenkavität bzgl. des Rotor-Bezugssystems messen ( $p$ - $R$ - $RK1$  und  $2$ ; siehe Abb. 4.2a).

Die Drucksensoren auf dem Laufrad sind in kleine Nuten auf Rad- und Deckscheibe geklebt. Die Drucksensoren  $p$ - $R$ - $LA1$  und  $2$  werden mit der Sensormem-

<sup>1</sup>Eine Fotografie der Sensoren inklusive Rückführbeschaufelung ist aus konstruktiven Gründen nicht möglich.



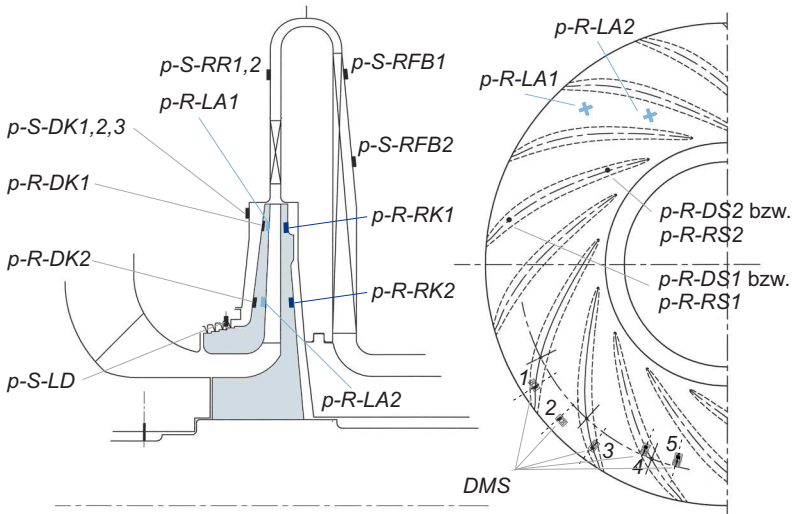


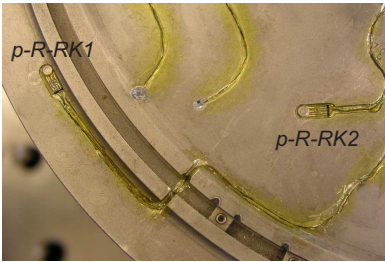
Abbildung 4.1.: Übersicht der schnellen Messtechnik

bran nach unten in diese Nuten eingebracht. Bohrungen durch die Deckscheibe ermöglichen eine wandbündige Positionierung der Sensormembran im Schaufelkanalinneren. Anschließend werden die Nuten mit Klebermasse aufgefüllt und mit Blechen abgedeckt. Die Bleche sind in Abbildung 4.2b zu sehen. Abbildung 4.3 zeigt das Laufrad im teilinstrumentierten Zustand. Die Nuten für die Drucksensoren sowie eine Bohrung zum Laufradkanal sind zu erkennen. Die Einbausituation aller Drucksensoren auf dem Laufrad ist aufgrund der Nuten nahezu wandbündig, so dass Strömungsbeeinflussungen minimiert werden. Die Sensoren messen den statischen Druck. Eine Übersicht über alle Druckmessstellen und Dehnungsmessstreifen inklusive der relevanten Positionsangaben und Bezeichnungen ist in den Tabellen 4.1 und 4.2 zu finden. Die radialen Positionen sind bezüglich des Laufradaustrittsdurchmessers  $D_2$  normiert. Positionen bzw. Abstände in Umfangsrichtung sind in Grad angegeben.

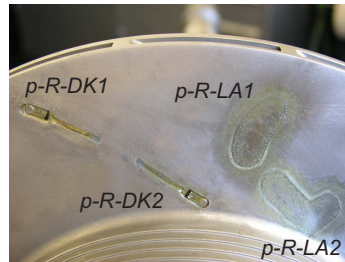
### Datenübertragung

Die Sensoren auf der Rotorseite werden mittels 10-Kanal PCM<sup>2</sup>-Telemetrie der Firma Manner mit Spannung versorgt. Des Weiteren überträgt die Telemetrie

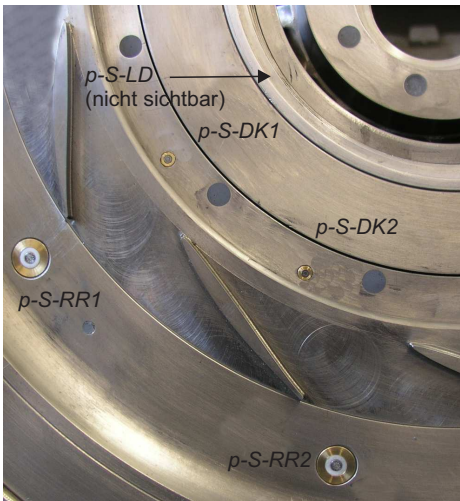
<sup>2</sup>Pulse Code Modulation: Eine Methode der digitalen Datenkonvertierung und -übertragung



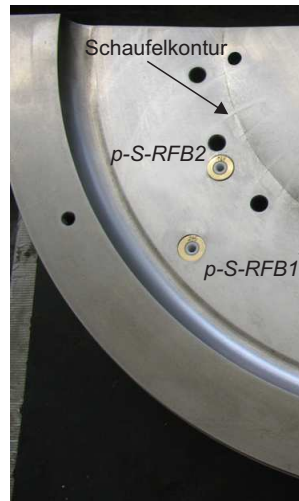
(a) Drucksensoren - Radscheibe



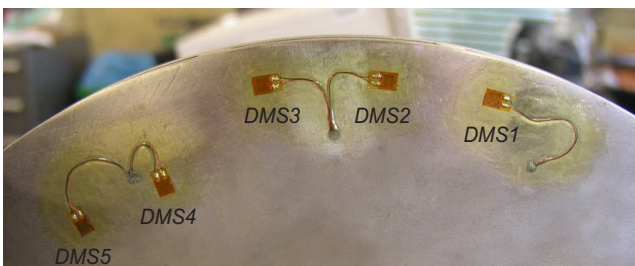
(b) Drucksensoren - Deckscheibe



(c) Drucksensoren - Deckscheibenkavität/Ringraum



(d) Drucksensoren - Rückführschaufelung



(e) Dehnungsmessstreifen - Deckscheibe

Abbildung 4.2.: Fotos der schnellen Messtechnik

Sensorart	Bezeichnung	Position
Drucksensor (piezoresistiv), Kulite LE-47-35  siehe Abb. 4.2 a, b	<i>p-R-DK1</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• radiale Position: <math>0,92D_2</math></li> <li>• Laufraddeckscheibe</li> <li>• Messort: Deckscheibenkavität</li> </ul>
	<i>p-R-DK2</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• radiale Position: <math>0,63D_2</math></li> <li>• Abstand in Umfangsrichtung zu <i>p-R-DK1</i>: <math>26,7^\circ</math></li> <li>• siehe <i>p-R-DK1</i> (Punkt 2, 3)</li> </ul>
	<i>p-R-LA1</i> (Variante I)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• radiale Position: <math>0,87D_2</math></li> <li>• Umfangsposition: Mitte Laufradkanal</li> <li>• Laufraddeckscheibe</li> <li>• Messort: Laufradkanal</li> </ul>
	<i>p-R-LA2</i> (Variante I)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• radiale Position: <math>0,69D_2</math></li> <li>• siehe <i>p-R-LA1</i> (Punkt 2 bis 4)</li> </ul>
	<i>p-R-RK1</i> (Variante II)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• radiale und Umfangsposition wie <i>p-R-DK1</i></li> <li>• Radscheibe</li> <li>• Messort: Radscheibenkavität</li> </ul>
	<i>p-R-RK2</i> (Variante II)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• radiale und Umfangsposition wie <i>p-R-DK2</i></li> <li>• siehe <i>p-R-RK1</i> (Punkt 2, 3)</li> </ul>
DMS  siehe Abb. 4.2 e	<i>DMS1</i> bis <i>DMS5</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• radiale Position (<i>DMS1</i> - 3): <math>0,94D_2</math></li> <li>• radiale Position (<i>DMS4</i> - 5): <math>0,83D_2</math></li> <li>• <i>DMS1</i> - 3: appliziert in Umfangsrichtung des Laufrades</li> <li>• <i>DMS4</i> - 5: appliziert in radialer Richtung</li> </ul>

Tabelle 4.1.: schnelle Messtechnik - Laufrad

Sensorart	Bezeichnung	Position
Drucksensor (piezoresistiv), Kulite XTL-123-B-190  siehe Abb. 4.2 c	$p-S-DK1$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● radiale Position: <math>0,97D_2</math></li> <li>● Messort: Deckscheibenkavität</li> </ul>
	$p-S-DK2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Abstand in Umfangsrichtung zu <math>p-S-DK1</math>: <math>29,0^\circ</math></li> <li>● siehe <math>p-S-DK1</math></li> </ul>
	$p-S-DK3$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Abstand in Umfangsrichtung zu <math>p-S-DK1</math>: <math>137,0^\circ</math></li> <li>● siehe <math>p-S-DK1</math></li> </ul>
	$p-S-LD$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● radiale Position: <math>0,59D_2</math></li> <li>● deckscheibenseitige Labyrinthdichtung</li> <li>● gleiche Umfangsposition wie <math>p-S-DK1</math></li> </ul>
Drucksensor (piezoelektrisch), Kistler 603B  siehe Abb. 4.2 c	$p-S-RR1$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● radiale Position: <math>1,43D_2</math></li> <li>● Messort: Ringraum</li> </ul>
	$p-S-RR2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Abstand in Umfangsrichtung zu <math>p-S-RR1</math>: <math>41,0^\circ</math></li> <li>● siehe <math>p-S-RR1</math></li> </ul>
Drucksensor (piezoelektrisch), Kistler 601A  siehe Abb. 4.2 d	$p-S-RFB1$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● radiale Position: <math>1,4D_2</math></li> <li>● Messort: Rückführbeschaufelung</li> </ul>
	$p-S-RFB2$	<ul style="list-style-type: none"> <li>● radiale Position: <math>1,13D_2</math></li> <li>● Messort: Rückführbeschaufelung</li> </ul>

Tabelle 4.2.: schnelle Druckmesstechnik - Stator

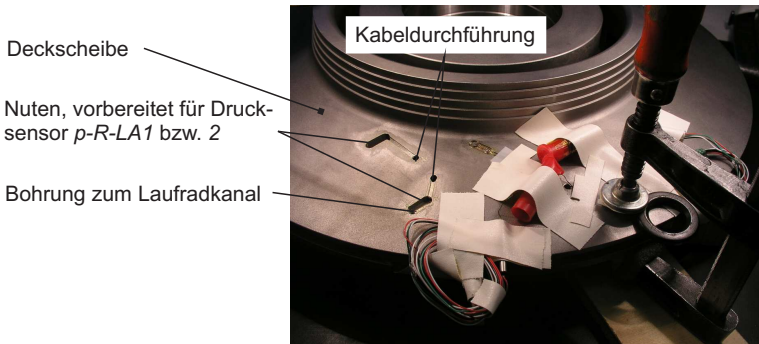


Abbildung 4.3.: Foto des Laufrades im teillinstrumentierten Zustand

die Signale vom Rotor- in das Statorsystem und dient als Signalverstärker. Die Auflösung des in der Telemetrieinheit verwendeten AD-Wandlers ist 12 bit. Vor der Digitalisierung der Signale werden diese tiefpassgefiltert. Die Grenzfrequenz beträgt 40 kHz.

Die Sensorkabel der auf der Deckscheibe angebrachten Sensoren werden durch Bohrungen in den Schaufeln auf die Radscheibenseite geführt. Auf dieser gelangen alle Kabel radial nach innen zur Welle in einen dafür konstruierten Steckerring (siehe oberes Foto in Abb. 4.4). Ein weiterer Steckerring bildet das Gegenstück und beinhaltet die Sensorsignalverstärker sowie die Sendeeinheit des Telemetriesystems. Das untere Foto in Abbildung 4.4 zeigt diesen Steckerring. Sowohl die Daten- als auch die Energieübertragungsspur sind zu erkennen. Durch Einführung der Steckverbindungen sind Telemetriesystem und Rotorsensorik konstruktiv entkoppelt. Die Telemetrie kann auf diese Weise für verschiedene Messaufgaben eingesetzt werden.

### Datenaufzeichnung

Die Aufzeichnung der Signale der schnellen Messtechnik erfolgt über zwei Datenerfassungssysteme; einen 16-Kanal OR38 Analysator der Firma Oros sowie einer 12-Kanal USB-Messkarte der Firma Goldammer (USB Basic Serie G0S-1034-4). Die Aufzeichnung der einzelnen Kanäle findet simultan statt. Die Auflösungen des OR38 Analysators und der Goldammer Messkarte sind 24 bzw. 16 bit. Die eingestellten Abtastraten  $f_s$  betragen jeweils 51,2 kHz. Der OR38 Analysator

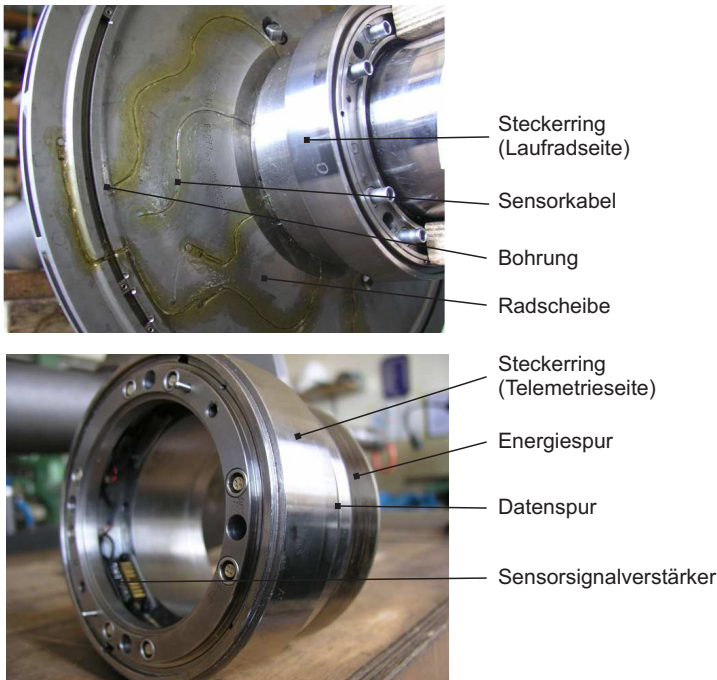


Abbildung 4.4.: Steckerring und Telemetrie-Sendeeinheit

besitzt einen Anti-Aliasing Filter<sup>3</sup>. Die effektive Bandbreite der Signale wird auf 0,43% der Abtastfrequenz beschränkt. Alias-Effekte<sup>4</sup> werden auf diese Weise ausgeschlossen. Die Goldammer Messkarte besitzt keinen Tiefpassfilter. Ein Test mit zwei verschiedenen Abtastraten ( $f_s = 51,2 \text{ kHz}$  und  $f_s = 100 \text{ kHz}$ ) während des Verdichterbetriebes bei maximaler Drehzahl zeigte keinen Unterschied bzgl. der aufgezeichneten Signale, wobei mit einer Abtastfrequenz von 100 kHz Frequenzen bis zu 50 kHz aufgelöst werden können. Alias-Effekte sind daher höchst unwahrscheinlich, da die aufgezeichneten Signale nahezu keine Signalanteile über 15 kHz besaßen. Beide Messwertsysteme sind über einen Synchronisationskanal

<sup>3</sup>Eine Anti-Aliasing Filter ist ein Tiefpassfilter und begrenzt die Bandbreite eines Signals.

<sup>4</sup>Alias-Effekte treten bei Nichtbeachtung des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems auf. Durch die zu geringe Abtastung werden Frequenzanteile des Signals, die oberhalb der halben Abtastfrequenz liegen, im zeitdiskreten Signal als niederfrequenterer Anteile dargestellt. Das Ursprungssignal kann nicht reproduziert werden [94].

miteinander synchronisiert. Alle Sensoren der Rotorseite sowie die Drucksensoren aus dem Radseitenraum und dem Ringraum sind an den OR38 angeschlossen. Die Drucksensoren in der Rückführbeschaufelung werden mittels der Goldammer Messkarte aufgezeichnet.

### Positionierung der Drucksensoren

Die Anordnung der Druckmessstellen erfolgte auf die oben beschriebene Weise, um Druckschwankungen aufgrund der Laufrad/Leitrad-Interaktion sowie aufgrund akustischer Resonanzen an verschiedenen Positionen im Verdichter zu untersuchen. Mittels der unterschiedlichen Position entlang des Strömungsweges kann des Weiteren die Ausbreitung von Druckmustern untersucht werden. Ferner kann im Falle einer akustischen Resonanz der angeregte akustische Mode mit Hilfe der von den unterschiedlichen Drucksensoren detektierten Druckschwankungsamplituden (und den Ergebnissen der Akustik-FEA) identifiziert werden. Drucksensoren mit gleicher radialer Position und unterschiedlichen Umfangspositionen dienen zur Auswertung von Phasenverschiebungen bzw. zur Bestimmung der Modenordnung von Druckmustern. Wie in späteren Kapiteln gezeigt wird, ermöglichen die Signale der Drucksensoren aus dem Rotorbezugssystem eine deutlich einfachere Verknüpfung von detektierten Druckpeaks und angeregten akustischen Moden. Die identische Anordnung der jeweils zwei Drucksensoren auf Rad- und Deckscheibe ermöglicht ferner die Untersuchung der Kopplungseigenschaften von angeregten akustischen Moden. Mit Hilfe der applizierten DMS können die Anregungen des Laufrades aufgrund detektierter Druckschwankungen studiert werden. Des Weiteren werden anhand der DMS-Signale Eigenschaften des Laufrades wie die Dämpfung und die Eigenfrequenzen untersucht.

### Positionierung der DMS

Die Positionierung der DMS erfolgte aufbauend auf den Ergebnissen der in Kapitel 3.3 beschriebenen HRA des Laufrades. Eine Messung der Dehnungen am Ort der maximalen Dehnungen ist aus Applikationsgründen nicht möglich (siehe Abb. 3.6). Aus diesem Grund sind die DMS auf der Deckscheibe appliziert.

Die Positionen der DMS sind den Orten der maximalen Dehnungen in Umfangs- bzw. radialer Richtung auf der Laufraddeckscheibe angepasst. Da diese Orte abhängig von der Schwingungsform sind, kann eine optimale Positionierung nur bezüglich einer Schwingungsform erfolgen. Für die Eigenschwingungsformen des Laufrades ohne Schwingungsknoten in Umfangsrichtung ( $n_{st} = 0$ ) variieren die Orte maximaler Dehnung jedoch minimal (bzgl. der radialen Position). Die maximalen Dehnungen in Umfangsrichtung treten am Außendurchmesser des Laufrades

des auf. Aus Applikationsgründen werden die DMS ( $DMS1 - 3$ ), die die Dehnungen in Umfangsrichtung messen, jedoch leicht abweichend auf dem Durchmesser  $0,94D_2$  angebracht. Die maximalen Dehnungen in radialer Richtung treten abhängig von der angeregten Eigenschwingungsform bei einem Durchmesser von  $0,8 - 0,85D_2$  auf. Dementsprechend ist die radiale Position der radial ausgerichteten DMS ( $DMS4 - 5$ ) mit  $0,83D_2$  gewählt.

Abbildung 4.5 zeigt das Ergebnis der HRA am Beispiel der Anregung des Strukturmoden  $m_{st} = 4$ . Die Dehnungen in radialer sowie in Umfangsrichtung auf der Deckscheibe des Laufrades sind farblich dargestellt. Die radialen Positionen der DMS sind gekennzeichnet. Die Umfangspositionen der DMS sind so gewählt, dass von den  $DMS1$  bis  $3$  ein DMS mittig über einem Schaufelkanal angebracht ist ( $DMS2$ ) und zwei DMS die Umfangspositionen zweier benachbarter Laufradschaufeln aufweisen ( $DMS1$  und  $3$ ). Die Positionen der radial messenden DMS sind analog gewählt.  $DMS4$  ist über einer Laufradschaufel angebracht,  $DMS5$  mittig über einem Schaufelkanal. Der Abstand zwischen  $DMS1$ ,  $2$  und  $3$  sowie zwischen  $DMS4$  und  $5$  beträgt jeweils  $10,6^\circ$ <sup>5</sup>.

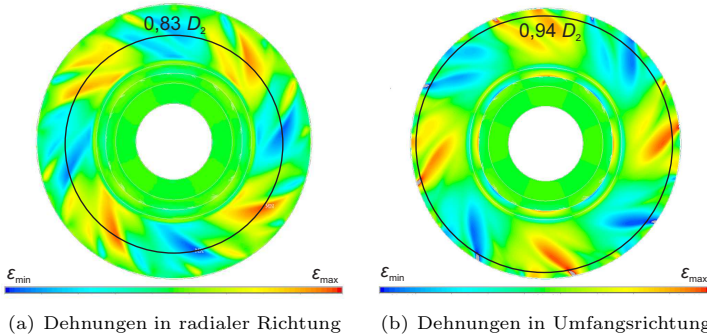


Abbildung 4.5.: Positionierung der DMS mittels HRA - maximal auftretende Dehnungen in radialer und Umfangsrichtung für die Eigenschwingungsform  $m_{st} = 4$

<sup>5</sup>Nach dem aktuellen Stand des Wissens könnten die Umfangspositionen der DMS optimiert werden. Die Orte maximaler Dehnungen in der Deckscheibe befinden sich nicht in Höhe einer Schaufel oder einer Laufradkanalmitte, sondern wie aus Abbildung 3.7 ersichtlich, saugseitig der auf die Deckscheibe projizierten Schaufeln. Diese Information war zum Zeitpunkt der Applizierung noch nicht verfügbar.



Mittels der durchgeführten *Harmonic Response* Rechnungen (siehe Kap. 3.3) können anhand gemessener Dehnungen die maximal im Bauteil auftretenden Dehnungen sowie die daraus resultierenden Spannungen abgeschätzt werden. Dies geschieht, indem anhand berechneter Dehnungsverteilungen im Laufrad Umrechnungsfaktoren zwischen den Dehnungen auf der Deckscheibe (am Messort) und den maximalen Dehnungen im Laufrad (siehe Abb. 3.6) bestimmt werden.

In Tabelle 4.3 sind exemplarisch für die Anregung der Eigenschwingungsform  $m_{st} = 4$  die berechneten maximalen von-Mises Dehnungen sowie die berechneten Dehnungen in Umfangsrichtung am Messort der *DMS1* bis *3* verglichen. Alle Werte sind auf den maximalen von-Mises Wert bezogen und stellen somit die Umrechnungsfaktoren dar.

Aus Tabelle 4.3 ist ersichtlich, dass die maximalen Spannungen im Bauteil je nach Messstelle um den Faktor 10 bis 20 höher sind als die tatsächlich gemessenen. Dies gilt unter der Annahme einer idealen Geometrie. In der Realität können vorhandene Nicht-Perfektionen dazu führen, dass die angeregten Laufradschwingungsformen nicht rotieren. Dehnungen treten in diesem Fall unter Umständen stark ortsgebunden in bestimmten Bereichen des Laufrades auf. Da Nicht-Perfektionen in der HRA nicht berücksichtigt sind, kann im Falle nicht rotierender Knotendurchmesser keine Abschätzung der maximalen Dehnungen anhand der gemessenen Werte erfolgen.

$m_{st}$	$\epsilon_{\max, \text{von-Mises}}$	$\epsilon_{\max}$ - Deckscheibe, Umfangsposition einer Schaufel ( <i>DMS1</i> und <i>3</i> )	$\epsilon_{\max}$ - Deckscheibe, Umfangsposition entspricht der Kanalmitte ( <i>DMS2</i> )
4	1	$\approx 0,05$	$\approx 0,1$

Tabelle 4.3.: Vergleich der maximalen von-Mises Dehnungen im Bauteil mit den Dehnungen an den Messorten

4.1.2. Langsame Messtechnik

Die langsame Messtechnik umfasst eine Vielzahl von Temperatur- und Druckentnahmemessstellen. Diese dienen unter anderem der Bestimmung des Verdichterbetriebspunktes, der Berechnung der Schallgeschwindigkeit sowie der Unter-

suchung des Kernrotationsfaktors in den Radseitenräumen. Ferner können mit Hilfe der langsamen Messtechnik Aussagen über die Symmetrie der Strömung an verschiedenen Positionen des Verdichters getroffen werden. Im Folgenden werden lediglich die für diese Arbeit relevanten Messstellen beschrieben.

Zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit sind sieben Thermoelemente des Typs K (NiCr-Ni) in den Radseitenräumen installiert worden. Vier befinden sich in der Radscheiben-, drei in der Deckscheibenkavität. Die radialen Positionen sind in Abb. 4.6a zu erkennen.

Des Weiteren befinden sich in den Radseitenräumen 15 Druckentnahmestellen zur Messung der radialen Druckverteilung. Acht Druckentnahmestellen befinden sich in der Radscheibenkavität, sieben in der Deckscheibenkavität. Die Positionen der Entnahmestellen sind in Abb. 4.6b zu erkennen. Die Entnahmestellen sind wandbündig und messen somit den statischen Druck am Entnahmeort. Der radiale Abstand zwischen zwei Messstellen ist möglichst gleichmäßig gewählt. Aufgrund konstruktiver Gegebenheiten ist dies nicht immer möglich.

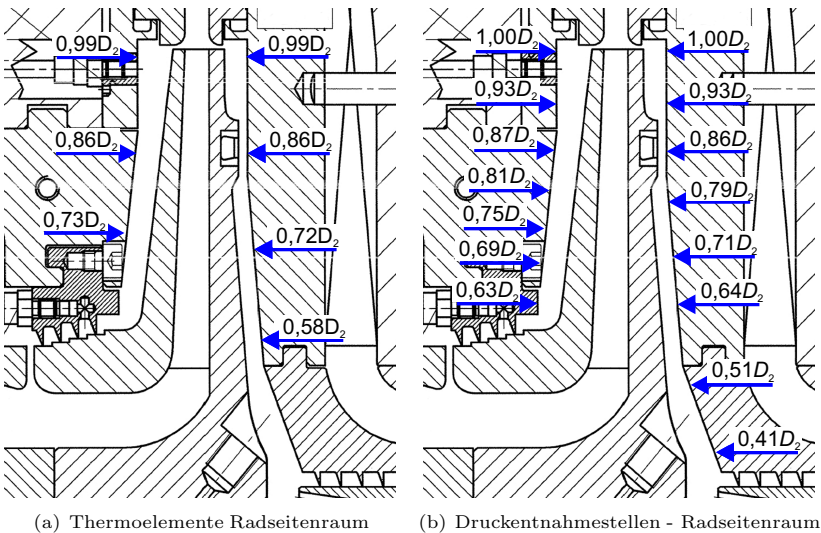


Abbildung 4.6.: Langsame Messtechnik - Radseitenräume

Zur Auswertung der Umfangssymmetrie der Strömung in der Maschine dienen in jedem dritten Kanal des Eintrittsleitapparats angebrachte Pitotsonden sowie jeweils acht gleichmäßig über dem Umfang verteilte Druckentnahmestellen im Ringraum und hinter der Rückführbeschaufelung. Die Positionen entlang des Strömungsweges im Verdichter sind in Abb. 4.7 gezeigt.

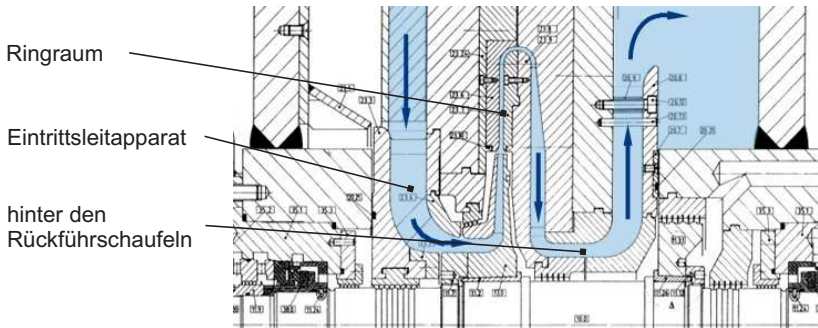


Abbildung 4.7.: Symmetriemessstellen

Alle Druckentnahmestellen sind auf ein Scanivalve-System vom Typ DSA3218 geführt, das simultan die an den Entnahmestellen anliegenden Drücke misst und digitalisiert. Die Auflösung beträgt 16 bit. Die in den Radseitenräumen gemessenen Drücke werden mit 15 Hz abgetastet. Bezüglich der übrigen Messstellen beträgt die Abtastrate 1 Hz.

Die Aufzeichnung der digitalen Drucksignale sowie die Digitalisierung und Aufzeichnung der analogen Temperatursignale erfolgt mit Hilfe einer Datenerfassungseinheit (DAU) der Firma M+P International. Der Analog/Digital-Wandler besitzt eine Auflösung von 16 bit.

Die Drehzahl des Verdichters wird mittels eines Drehzahlsensors (*Keyphasors*) bestimmt. Die Aufzeichnung des Drehzahlsensorsignals erfolgt sowohl über die M+P DAU als auch über den OR38 Analysator und dient neben der Bestimmung der Verdichterdrehzahl zur Synchronisation von langsamer und schneller Messtechnik.

## 4.2. Messgenauigkeit

Im Folgenden wird die Messgenauigkeit der einzelnen Komponenten der Messketten diskutiert. Dabei wird die Messtechnik wieder in schnelle und langsame Instrumentierung unterschieden.

### 4.2.1. Schnelle Messtechnik

Da in den Auswertungen zu einem großen Teil Schwankungsgrößen betrachtet werden, wird die Genauigkeit der schnellen Messtechnik bzgl. einer zeitlichen Genauigkeit und einer Amplitudengenauigkeit beurteilt. Die zeitliche Genauigkeit gibt an, wie exakt der zeitliche Verlauf einer Schwankungsgröße gemessen wird, die Amplitudengenauigkeit wie exakt die gemessenen Amplituden eines harmonischen Vorgangs wiedergegeben werden.

Die relevanten Herstellerangaben bzgl. der Messgenauigkeit der verschiedenen Drucksensoren sind in Tabelle 4.4 zusammengefasst. In den durchgeführten Versuchen werden Signalanteile bis zu einer Frequenz von 20 kHz ausgewertet. Die Eigenfrequenzen der verwendeten Drucksensoren sind mindestens um den Faktor sieben höher [95], [96], so dass die gemessenen Frequenzen nicht durch die Messkette verfälscht werden. Das Messen der Schaufelfrequenz in den Drucksignalen der verschiedenen Sensoren während des Verdichterbetriebes bestätigt diese Aussage. Die aus der Drehzahl und der Anzahl der Laufrad- bzw. Leitrad-schaufeln berechnete Schaufelfrequenz stimmt, unabhängig von der Drehzahl des Verdichters, exakt mit der mittels der verschiedenen Drucksensoren gemessenen Schaufelfrequenz überein. Die zeitliche Genauigkeit der gesamten Druckmessketten, bestehend aus Drucksensor, Verstärker, Datenerfassungseinheit und, im Falle der rotierenden Drucksensoren, Telemetrie, ist daher sehr gut. Eine für die Auswertungen relevante Abweichung konnte nicht festgestellt werden.

Die Angaben der Hersteller zur Linearität und Hysterese der Drucksensoren sind für eine Aussage bzgl. der Amplitudengenauigkeit unzureichend. Bei einem Messbereichsende von mindestens 35 bar ergeben sich für alle Drucksensoren absolute Fehler in der Größenordnung von einigen hundert Millibar. Damit würde der Fehler in der Größenordnung der gemessenen Druckschwankungen liegen oder diese sogar übertreffen. Eine genauere Aussage über den auftretenden Amplitudenfehler ist daher zwingend notwendig. Da die zeitliche Genauigkeit durch die hohen

Bezeichnung	Eigenfrequenz	Linearität	Hysteresefehler
Kulite LE-47-35	$> 700 \text{ kHz}$	$\leq \pm 0,5\% \text{ FSO}$	
Kulite XTL-123-B-190	$> 175 \text{ kHz}$	$\leq \pm 0,5\% \text{ FSO}$	
Kistler 603B	$\approx 400 \text{ kHz}$	$\leq \pm 1\% \text{ FSO}$	-
Kistler 601A	$\approx 150 \text{ kHz}$	$\leq \pm 0,5\% \text{ FSO}$	-

Tabelle 4.4.: Linearität, Hysterese und Eigenfrequenzen der Drucksensoren [95], [96]

Eigenfrequenzen der Drucksensoren gegeben ist, wird im Folgenden angenommen, dass Aussagen über die Amplitudengenauigkeit hochfrequenter Vorgänge aus stationären Tests abgeleitet werden können. Zunächst folgt eine kurze theoretische Betrachtung zur Linearität und Hysterese.

### Linearität

Da die zu messenden Druckschwankungen deutlich kleiner sind als der Gleichanteil, wird angenommen, dass der Linearitätsfehler nicht relevant für die Amplitudengenauigkeit ist. Dies soll anhand eines Beispiels erläutert werden: Abbildung 4.8 zeigt anschaulich den auftretenden Linearitätsfehler bei der Umrechnung einer gemessenen Spannung in Druck. Ist die Druckschwankung klein im Vergleich zum mittleren Druckniveau, kann der Fehler aufgrund der Abweichung der Regressionsgerade vom tatsächlichen Verlauf der Umrechnungskurve *Spannung/Druck* für den Bereich zwischen dem unteren und oberen Scheitelwert ( $p_{\min}$  und  $p_{\max}$  in Abb. 4.8) der Druckschwankung als konstant angenommen werden. Dieser Fehler ist der tatsächlich vorhandenen Druckschwankung überlagert. Trotz des Fehlers stimmt die gemessene Amplitude der Druckschwankung mit der tatsächlichen überein, da sich die Amplitude aus der halben Differenz der Scheitelwerte berechnet. Der vorhandene Fehler aufgrund einer nicht perfekten Linearität der Sensoren wird eliminiert. Dieser Sachverhalt ist im unteren Diagramm von Abbildung 4.8 veranschaulicht.

### Hysterese

Ein piezoresistiver Drucksensor misst abhängig davon, ob ein zu messendes Druckniveau  $p_1$  ausgehend von einem höheren oder niedrigeren Druck eingestellt wird, unterschiedliche Drücke, obwohl der physikalische Druck in beiden Fällen identisch ist. Elastische Nachwirkungen der Membran und marginale Verformungen

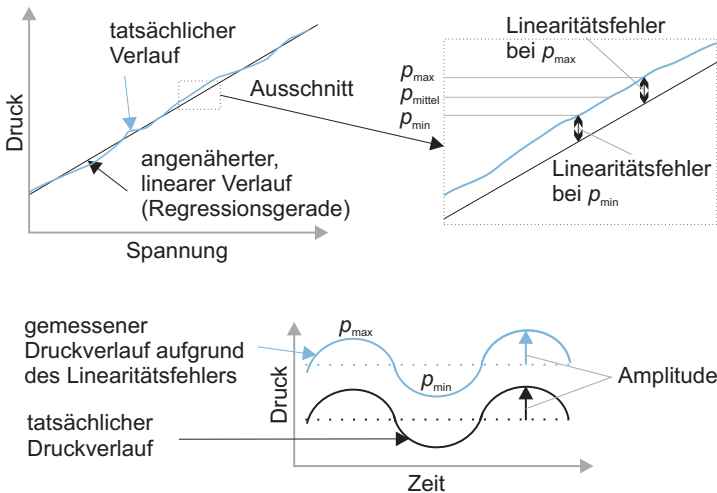


Abbildung 4.8.: Linearität

von Gehäuse oder anderen Sensorkomponenten sind die Ursache dafür. Dieser Fehler wird als Hysteresefehler bezeichnet. Abbildung 4.9 veranschaulicht den Messfehler aufgrund der Hysteresese. Da die zu messenden Druckschwankungen jedoch um Größenordnungen kleiner sind als das mittlere Druckniveau, wird analog zum vorherigen Abschnitt der Messfehler aufgrund der Hysteresese zwischen dem unteren und oberen Scheitelwert einer Druckschwankung als konstant angenommen. Wie bereits oben beschrieben, wird ausgehend von dieser Annahme davon ausgegangen, dass der Hysteresefehler bzgl. der gemessenen Amplitude einer Druckschwankung nicht relevant ist.

### Empirische Untersuchung zur Messgenauigkeit

Da eine rein theoretische Betrachtung der Amplitudengenauigkeit der Druckmessketten nicht zufriedenstellend ist, sind die unterschiedlichen Druckmessketten im Kalibrierlabor der Siemens AG detailliert untersucht worden. Exemplarisch wird die Untersuchung für einen Drucksensor vom Typ LE-47-35 beschrieben. Der Miniaturdrucksensor wird in einem Druckbehälter an ein hochgenaues Kolbenmanometer angeschlossen. Die Signalaufzeichnung erfolgt analog zum realen Versuchsaufbau über die PCM-Telemetrie und das Datenerfassungssystem OR38. Um die Amplitudengenauigkeit der gesamten Messkette zu beurteilen, werden

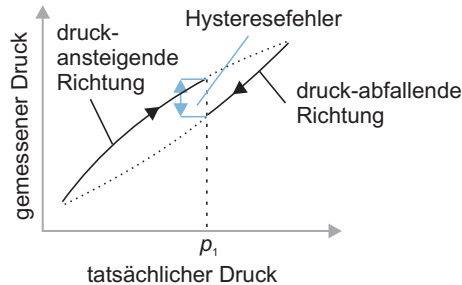


Abbildung 4.9.: Hysterese

aufeinanderfolgend Drücke eingestellt, die minimal voneinander verschieden sind: Eine quasistatische Druckschwankung wird simuliert. Die Differenz der eingestellten Drücke entspricht der Größenordnung der minimalen in den Auswertungen berücksichtigten Druckschwankungen. Das eingestellte mittlere Druckniveau entspricht mit 20 bar dem Druckniveau im Verdichter bei einem Großteil der Versuche. Bei jedem eingestellten Druck wird das Signal mit einer Abtastrate von 51,2 kHz aufgezeichnet. Jeweils 32768 diskrete Werte des aufgezeichneten Signals werden in den Frequenzbereich transformiert und der Gleichanteil im Amplitudenspektrum ermittelt. Dieser Vorgang wird für drei unterschiedliche Temperaturen (20 °C, 50 °C, 80 °C) des Druckbehälters bzw. des darin befindlichen Gases und des Drucksensors wiederholt. Diese Temperaturen decken ungefähr den Temperaturbereich ab, den die Drucksensoren während des Verdichterbetriebs erfahren. Die auf diesem Weg ermittelten relativen Abweichungen bzgl. der Amplitude der Druckschwankung betragen  $\pm 37\%$ . Dieses Ergebnis gilt natürlich zunächst nur für die simulierte Druckschwankung und ist nicht repräsentativ für jegliche auftretenden Druckschwankungen im Versuchsstand. Ferner können die Abweichungen von Drucksensor zu Drucksensor verschieden sein. Aus diesem Grund wird die Amplitudengenauigkeit der gesamten Messkette (Miniaturdrucksensor LE47 -> Telemetrie -> Datenerfassungseinheit OR38) mit  $\pm 60\%$  abgeschätzt. Dieser Wert bezieht sich auf die minimale Amplitude von Druckschwankungen, die in den Auswertungen berücksichtigt werden. Druckschwankungen mit höherer Amplitude werden dementsprechend mit einer besseren Genauigkeit detektiert. Ferner belegen die Tests, dass die Temperatur keinen relevanten Einfluss auf die Amplitudengenauigkeit hat.

Testaufbauten analog zum obigen zeigen, dass die maximalen Messunsicherhei-

ten der übrigen Druckmessketten (Drucksensor XTL-123-B-190 -> Signalverstärker Endevco -> Datenerfassungseinheit OR38; Drucksensor 601A bzw. 603B -> Ladungsverstärker 5011 -> Datenerfassungseinheit OR38 bzw. Goldammer USB-Messkarte) mit  $\pm 25\%$  abgeschätzt werden können.

Die Genauigkeit der Messkette *LE47 -> Telemetrie -> OR38* ist schlechter als die der übrigen Messketten. Ursache dafür kann der Drucksensor selbst oder das Telemetriesystem sein.

Die auf dem Laufrad applizierten Drucksensoren unterliegen zwei weiteren Fehlerinflüssen, die im zuvor beschriebenen Testaufbau nicht berücksichtigt worden sind. Da die Drucksensoren mechanisch mit dem Laufrad verbunden sind, können Dehnungen der Laufradstruktur zu einer Verstimmung der Messbrücken führen. Ferner sind die Drucksensoren infolge der Laufradrotation Fliehkräften ausgesetzt. Dies wird im Folgenden diskutiert:

### **Pseudodruck aufgrund von Laufraddehnungen**

Die Größenordnung der Pseudodruck-Signalanteile aufgrund von Bauteildehnungen und einer dadurch hervorgerufenen Verstimmung der Messbrücke wird mit Hilfe einer Testapplikation abgeschätzt. Ein Miniaturdrucksensor wird auf einen Biegebalken neben einem DMS appliziert, so dass Drucksensor und DMS näherungsweise gleichen Dehnungen ausgesetzt sind. Die Messketten sind analog zum tatsächlichen Versuchsaufbau gewählt: DMS und Drucksensor sind über das Telemetriesystem an die Datenerfassungseinheit OR38 angeschlossen. Beide Kanäle werden simultan aufgezeichnet, während der Biegebalken quasistatisch verformt wird<sup>6</sup>. Aufgrund der quasistatischen Verformungen werden an den Oberflächen des Balkens keine realen Druckschwankungen initiiert. Gemessene Druckänderungen sind somit nur durch den fehlerhaften Einfluss der Balkendehnung begründet. Unter Berücksichtigung der Umrechnungskoeffizienten der Sensoren und der Verstärkungsfaktoren der Telemetrieinheit folgt, dass pro  $1 \mu\text{m}/\text{m}$  Dehnung ein Pseudo-Druck von weniger als  $0,05 \text{ mbar}$  gemessen wird. Dieser Wert ist um Größenordnungen kleiner als die zu messenden Druckschwankungen. Folglich ist der fehlerhafte Einfluss aufgrund der Laufraddehnung zu vernachlässigen.

### **Fliehkrafteinfluss**

Zentrifugalkräfte wirken auf die Sensormembran und beeinflussen die Charakteristik des Drucksensors insofern, dass der Offset verändert wird. Zentrifugalkräfte

---

<sup>6</sup>Eine quasistatische Verformung ist eine Verformung mit minimaler Verformungsgeschwindigkeit.



wirken sich somit nur bezüglich des Gleichanteils des gemessenen Drucks fehlerhaft aus und sind für die Amplitudengenauigkeit irrelevant [97].

### DMS

Die Amplitudengenauigkeit der DMS wird durch die Toleranz der Dehnungsempfindlichkeit (K-Faktor) beschrieben. Der K-Faktor der eingesetzten DMS besitzt für den im Versuchsstand relevanten Temperaturbereich eine maximale Toleranz von ca. 2% [98]. Fehlereinflüsse durch die Klebung der DMS werden mittels eines Testaufbaus abgeschätzt. Dazu wird ein DMS in identischer Vorgehensweise zur Applikation auf dem Laufrad auf einen dünnen Biegebalken geklebt. Der Biegebalken wird an einer Seite fest eingespannt und durch eine am anderen Ende des Balkens angreifende Kraft  $F$  verformt. Die theoretische Dehnung des Balkens in Abhängigkeit des Abstandes zwischen DMS und Kraftangriffspunkt  $l$  ergibt sich analytisch zu

$$\epsilon(l) = \frac{6 \cdot l \cdot F}{b \cdot h^2 \cdot E}, \quad (4.1)$$

wobei  $h$  und  $b$  die Höhe bzw. Breite des Balkens und  $E$  das Elastizitätsmodul sind. Der auf dem Balken angebrachte DMS wird an einen DMS-Kanal der Telemetrie angeschlossen. Die Ausgangsspannung der Telemetrie wird mittels OR38 Analysator aufgezeichnet. Der gesamte Messaufbau ist analog zum Aufbau im Verdichter gewählt, so dass die gesamte Messkette berücksichtigt wird. Die angreifende Kraft  $F$  wird variiert und die gemessenen Dehnungen werden mit den berechneten Werten verglichen, um die relativen Abweichungen zu bestimmen. Die maximale, ermittelte Abweichung beträgt  $\pm 4,2\%$ . Da die berechneten Werte nicht exakt den tatsächlichen Dehnungen im Bauteil entsprechen (z.B. aufgrund leichter Abweichung der Balkengeometrie von einem idealen Balken), stellt dieser Wert lediglich einen Anhaltspunkt für die Genauigkeit dar. Um eine mögliche Abweichung des berechneten Wertes von den tatsächlichen (unbekannten) Dehnungen zu berücksichtigen, wird der maximale Messfehler der gesamten Messkette mit  $\pm 6\%$  abgeschätzt.

Die zeitliche Genauigkeit der DMS bzw. der gesamten Messkette wird mittels eines weiteren Testaufbaus untersucht. Der fertig instrumentierte Läufer wird mittels Impulshammer zu Schwingungen in seinen Eigenfrequenzen angeregt. Die Signale der DMS werden über die Telemetrie am OR38 aufgezeichnet. Ergänzend ist ein Beschleunigungsaufnehmer auf dem Laufrad angebracht, dessen Signal simultan aufgezeichnet wird. Die Signale der DMS und des Beschleunigungssensors

werden in den Frequenzbereich transformiert und die gemessenen Eigenfrequenzen verglichen. Die Frequenzauflösung beträgt 1 Hz. Im Rahmen dieser Auflösung sind keine Unterschiede zwischen den mittels DMS und Beschleunigungsaufnehmer gemessenen Eigenfrequenzen aufgetreten.

Da in den zuvor beschriebenen Testaufbauten die gesamten Messketten untersucht worden sind, werden die Genauigkeiten der Signalverstärker und Datenerfassungseinheiten lediglich zur Vollständigkeit zusammenfassend aufgeführt.

### **Signalverstärker**

Die Signalverstärkung der piezoresistiven Drucksensoren auf der Statorseite erfolgt wie oben beschrieben über Brückenverstärker der Firma Endevco Typ 4430A. Die Versorgungsspannung der Sensoren wird mit einer Toleranz von 0,01% geliefert. Der kombinierte Fehler bzgl. der eingestellten Verstärkung beträgt 0,115% FSO [99]. Beide Fehler wirken sich linear auf die Ausgangsspannung am Brückenverstärker und damit auf die gemessenen Druckschwankungsamplituden aus. Die Amplitudengenauigkeit ist daher deutlich exakter als die der Drucksensoren selber. Der Fehler aufgrund der Brückenverstärker kann vernachlässigt werden.

Die Ladungsverstärker der Firma Kistler vom Typ 5011 besitzen eine Gesamtgenauigkeit von  $\pm 1\%$  bezogen auf das am Ladungsverstärker eingestellte Messbereichsende [96]. Dieser Fehler geht linear in die Ausgangsspannung des Ladungsverstärkers und damit in die gemessenen Druckschwankungsamplituden ein.

### **Datenerfassungseinheiten**

Der OR38 Analysator besitzt eine Auflösung von 24 bit. Die vom Hersteller angegebene Gesamtgenauigkeit beträgt  $\pm 0,05$  dB [100]. Diese Genauigkeit bezieht sich laut Hersteller auf die Amplitude einer am OR38 Signaleingang anliegenden harmonischen Schwankung. Da die Bestimmung der Amplituden von fluktuierenden Drücken und Dehnungen in den Auswertungen mittels Transformation der Messdaten in den Frequenzbereich geschieht, wird dieser Fehler zu einem großen Teil ausgemittelt. Die Ergebnisse eines Testaufbaus bestätigen diese Aussage. Mittels Signalgenerator werden Eingangssignale in Form eines Sinus am OR38 simuliert. Die Frequenz des Sinus variiert zwischen 1 kHz und 20 kHz, die Amplitude beträgt 5 mV. Analog zu den Auswertungen der Versuche am Verdichter, beträgt die Abtastrate 51 kHz. 32768 diskrete Werte werden in den Frequenzbereich transformiert. Die gemessenen Amplituden werden jeweils mit den am

Signalgenerator eingestellten Amplituden verglichen. Die relativen Abweichungen betragen weniger als 2%, wobei die Unsicherheit des Signalgenerators darin enthalten ist.

Die Goldammer USB-Messkarte besitzt eine Auflösung von 16 bit. Die kombinierte Genauigkeit der Messkarte (Quantisierungsfehler, Nichtlinearität, Stufungsfehler) beträgt  $\pm 7$  LSB bzw.  $\pm 2,14$  mV [101]. Unter Berücksichtigung der Umrechnungskoeffizienten *Spannung/Messgröße* der Drucksensoren in der Rückführbeschaukelung ergeben sich Fehler in der Größenordnung von  $\pm 0,21$  mbar. Dieser Fehler ist vernachlässigbar.

### Datenübertragung

Die 10-Kanal PCM-Telemetrie besitzt eine Auflösung von 12 bit. Der Ausgangsspannungsbereich der Telemetrie ist auf  $\pm 10$  Volt eingestellt. Daraus ergibt sich ein maximaler Quantisierungsfehler von 2,44 mV. Mit Berücksichtigung der Umrechnungskoeffizienten *Spannung/Messgröße* der auf dem Laufrad befindlichen Druckaufnehmer und Dehnungsmessstreifen ergeben sich Fehler, die bei erster Betrachtung in der Größenordnung von möglichen zu detektierenden Phänomenen liegen. Die Auflösung der Telemetrie wäre daher nicht ausreichend. Aufgrund des in Kapitel 4.3 beschriebenen Effektes, wird durch das Vorhandensein von normalverteiltem, weißem<sup>7</sup> Rauschen in den zu digitalisierenden Signalen die effektive Auflösung von Analog/Digital-Wandlern um bis zu 4 bit gesteigert. Für eine detaillierte Betrachtung wird auf das Kapitel 4.3 bzw. auf eine zu diesem Thema verfasste Veröffentlichung [87] verwiesen.

Des Weiteren muss das Übertragungsverhalten der Telemetrie berücksichtigt werden. Die Übertragungsfunktion der Telemetrie ist exemplarisch für einen Kanal in Abb. 4.10 gezeigt. Das Diagramm zeigt das Verhältnis aus Ausgangs- und Eingangsspannung ( $U_a$ ,  $U_e$ ) der Telemetrie bezogen auf den Soll-Verstärkungswert in Abhängigkeit von der Frequenz. Die Grenzfrequenz des Tiefpassfilters bei 40 kHz ist deutlich durch den Abfall der Ausgangsspannung zu erkennen. Bis 20 kHz (betrachteter Bereich in den Auswertungen) ist die Übertragung der Signale durch den Tiefpassfilter der Telemetrie minimal beeinflusst. Die gemessene Verstärkung der Telemetrie-Einheit in Abhängigkeit von der Frequenz ist in den Auswertungen berücksichtigt.

---

<sup>7</sup>Weißes Rauschen ist Rauschen mit einer von der Frequenz unabhängigen Leistungsdichte [102].

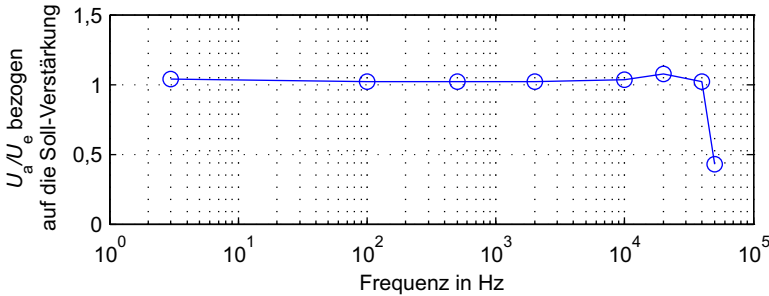


Abbildung 4.10.: Übertragungsfunktion der Telemetrie

#### 4.2.2. Langsame Messtechnik

Die Genauigkeit der Thermoelemente des Typs K ist nach DIN IEC 584 besser als  $\pm 1,5\text{ K}$ . Die Genauigkeit der M+P DAU bzgl. Thermoelementen ist laut Hersteller mit 1 K angegeben [103], so dass sich mittels der Summe der Fehlerquadrate eine maximale, absolute Ungenauigkeit der Messkette von

$$\pm \sqrt{1,5^2 + 1^2} \approx \pm 1,8\text{ K} \quad (4.2)$$

ergibt. Der Quantisierungsfehler durch die Digitalisierung der Temperatursignale ist aufgrund der hohen Auflösung der DAU von 16 bit vernachlässigbar.

Die relative Genauigkeit der Scanivalve-Systeme ist vom Hersteller mit  $\pm 0,05\%$  FSO<sup>8</sup> angegeben [104]. Da 35 bar - Scanivalve-Module verwendet werden, beträgt der absolute Fehler  $\pm 17,5\text{ mbar}$ . Da in den durchgeführten Versuchen eine möglichst exakte Bestimmung des Verdichterwirkungsgrades nicht im Fokus der Untersuchungen steht, ist dieser Fehler bzgl. der Bestimmung des Verdichterbetriebspunktes nicht relevant.

#### 4.2.3. Zusammenfassung

In Tabelle 4.5 sind die Genauigkeiten bzgl. der verschiedenen Messaufgaben zusammengefasst. Dabei sind jeweils die gesamten Messketten (Sensor, Verstärker, Datenerfassungseinheit, Datenübertragung) berücksichtigt.

<sup>8</sup>Full Scale Output (Messbereichsende)

Messaufgabe	abgeschätzter, maximaler Fehler der Messkette
Druckamplituden (Rotorseite)	$\pm 60\%^*$
Druckamplituden (Statorseite)	$\pm 25\%^*$
Dehnungsamplituden	$\pm 6\%$
Druck (langsame Messtechnik)	$\pm 17,5$ mbar
Temperatur	$\pm 1,8$ K

Tabelle 4.5.: Zusammenfassung der kombinierten Genauigkeiten der gesamten Messketten bzgl. der verschiedenen Messaufgaben (\*bezogen auf die minimale Druckschwankungsamplitude, die in den Auswertungen berücksichtigt wird)

### 4.3. Dithering

Druckschwankungen in einem Hochdruck-Verdichter bzgl. des Rotorsystems zu messen ist nicht trivial. Neben der Wahl eines geeigneten Drucksensors, der sowohl eine hohe Druckklasse besitzt, als auch die um Größenordnungen kleineren Druckschwankungen zuverlässig misst, sind an die Datenübertragung hohe Anforderungen gestellt. Erfolgt die Datenübertragung digital und interessiert neben den Druckschwankungen auch der Gleichanteil des Drucks, benötigt der Analog/Digital-Wandler (AD-Wandler) der Datenübertragung eine hohe Dynamik.

Das im Versuchsaufbau verwendete Telemetriesystem besitzt eine Auflösung von 12 bit. Der maximale Druck  $p_{\max}$  im Versuchsstand beträgt 60 bar. Minimale Druckschwankungen, hervorgerufen durch akustische Moden, sind unter anderem Bestandteile der Auswertungen dieser Arbeit. Diese Druckschwankungen besitzen zum Teil Amplituden in der Größenordnung einiger Millibar. Damit sowohl die hohen Gleichanteile von bis zu 60 bar als auch die Schwankungen mit minimalen Amplituden  $p_{\min}$  aufgelöst werden können, benötigt der AD-Wandler des Übertragungssystems eine hohe Dynamik von mindestens  $20 \cdot \log(p_{\max}/p_{\min}) = 82$  dB. Lediglich AD-Wandler mit einer Auflösung  $\geq 14$  bit erfüllen diese Anforderungen. Digitale Telemetrie Systeme zur simultanen Übertragung mehrerer zeitlich hochauflösender Kanäle besaßen zum Zeitpunkt der Instrumentierung des Verdichters maximal 12 bit. Dennoch ermöglicht das verwendete Telemetrie-

system die Übertragung minimaler Druckschwankungen als auch der um Größenordnungen größeren Gleichanteile. Das Phänomen, das dies ermöglicht, wird als *Dithering* bezeichnet. *Dithering* ist eine Technik, die die Auflösung eines AD-Wandlers erhöht, indem zu dem zu digitalisierenden Signal vor der Digitalisierung eine geringe Menge Rauschen (*Dither*) addiert wird.

*Dithering* findet in der Digitalisierung von Fernsehbildern sowie Sprachaufnahmen seit Jahrzehnten Anwendung. In den frühen Fünfziger Jahren untersuchte Goodall [105] die Reproduzierbarkeit von Fernsehbildern, die mittels eines 5 bit AD-Wandlers digitalisiert worden sind. Goodall erkannte, dass das Hinzugeben von *Dither* vor der Digitalisierung störende Kontureffekte abschwächt. Obwohl die digitalisierten Bilder mehr Rauschen enthielten, zogen die meisten von Goodall befragten Probanden die Resultate mit *Dither* denen ohne vor. Einige Jahre später führte Roberts [106] Untersuchungen zur Vermeidung von Kontureffekten durch. Roberts fand heraus, dass die Auflösung von Fernsehbildern zur PCM-Übertragung von 7 bit auf 3 bit pro Bild reduziert werden kann, wenn zum Signal zuvor pseudo-zufälliges Rauschen addiert wird. Schuchman [107] untersuchte den Effekt von *Dither* auf das Quantisierungsrauschen. Der optimale *Dither* ist Rauschen mit einer gleichmäßigen Wahrscheinlichkeitsfunktion, deren Breite der Auflösung des AD-Wandlers gleicht. Jayant und Rabiner [108] setzten das Phänomen *Dithering* bei der Digitalisierung von Sprachsignalen ein und fanden heraus, dass die Methode bei AD-Wandlern mit einer Auflösung unter 6 bit sehr nützlich ist. Vanderkooy und Lipshitz [109] untersuchten die Vorteile von zu Signalen hinzugefügten *Dither* in Bezug auf das Quantisierungsrauschen. So genannte harmonische Störungen werden abgeschwächt und Signalanteile, die unterhalb der Auflösung des AD-Wandlers liegen, werden aufgelöst. Melkonian [110] fasste die verschiedenen Vorteile, zu einem Signal *Dither* hinzuzufügen, zusammen. Die verschiedenen Aspekte sind experimentell untersucht.

Eine Durchsicht der vorhandenen Literatur zeigt, dass das Phänomen *Dithering* ausgiebig untersucht wurde. Der Anwendungsschwerpunkt liegt allerdings im Bereich der Audio- und Bildbearbeitung. Dem Autor ist keine Literaturstelle bekannt, die das Thema *Dithering* im Bereich der Messtechnik behandelt. Daher wird in diesem Kapitel untersucht, inwiefern *Dithering* im Bereich der Messwert-erfassung genutzt werden kann. Im ersten Teil des Kapitels wird das Phänomen anschaulich beschrieben. Der zweite Teil enthält eine ausführliche Parameterstudie, die das Potential bzw. die Grenzen der Technik *Dithering* offenlegt. Der Bezug der gewonnenen Erkenntnisse auf die in dieser Arbeit thematisierte Mess-

aufgabe sowie eine experimentelle Verifikation der gewonnenen Erkenntnisse bilden den dritten Abschnitt dieses Kapitels.

### 4.3.1. Theoretische Betrachtung

*Dithering* ist eine Methode die Auflösung eines AD-Wandlers zu verbessern, indem einem Signal vor der Digitalisierung Rauschen hinzugefügt wird. Der Digitalisierungsprozess kann im Allgemeinen in zwei Schritte unterteilt werden: dem *sampling and hold* - Schritt sowie dem Quantisierungsschritt [94]. Der maximale Fehler eines Samples aufgrund der Quantisierung beträgt  $\pm 0,5$  LSB (*Least Significant Bit*). Schwankungen mit einer Amplitude kleiner als  $\pm 0,5$  LSB werden von einem AD-Wandler theoretisch nicht aufgelöst.

Abbildung 4.11a zeigt zur Veranschaulichung ein sinusförmiges Signal  $U(t)$ . Die Amplitude beträgt  $0,1$  LSB. Dieses Signal wird im Folgenden als Nutzsignal bezeichnet. Im linken Bild ist die analoge Form des Signals dargestellt. Die harmonische Schwingung ist deutlich zu erkennen. Das mittlere Bild zeigt die digitalisierte Form des Signals. Da die Amplitude des Sinus kleiner als  $0,5$  LSB ist, sind die digitalen Samples konstant Null. Im rechten Bild wird das Amplitudenspektrum des digitalen Signals dargestellt. Kein Peak ist sichtbar. Die ursprünglich im Analogsignal enthaltenen Informationen sind aufgrund der Digitalisierung im digitalen Signal nicht mehr vorhanden.

In Abbildung 4.11b ist ein Rauschsignal dargestellt. Das Rauschsignal besteht aus normalverteiltem, weißem Rauschen mit einer Standardabweichung von  $0,6$  LSB bzw. mit einem Peak-to-Peak Abstand von ca.  $4$  LSB (Der Peak-to-Peak Wert entspricht dem Sechs- bis Achtfachen der Standardabweichung [94]). Die Darstellungsformen entsprechen der obigen Beschreibung. Wie erwartet, ist im Amplitudenspektrum kein diskreter Peak zu erkennen, sondern breitbandiges Rauschen. Der Rauschlevel ist über dem gesamten Frequenzbereich konstant und somit frequenzunabhängig (Definition des weißen Rauschens).

Abbildung 4.11c zeigt das Summensignal aus Nutz- und Rauschsignal. Da die Amplitude des Nutzsignals minimal ist, sind sowohl die analogen als auch die digitalen Formen des Rausch- und Summensignals nahezu identisch. Im Amplitudenspektrum des digitalen Summensignals ist jedoch ein diskreter Peak bei der Frequenz des Nutzsignals sichtbar. Die Höhe des Peaks entspricht nahezu exakt der Amplitude des Nutzsignals. Der Informationsgehalt des digitalen Signals ist durch die Addition von Rauschen gesteigert worden.

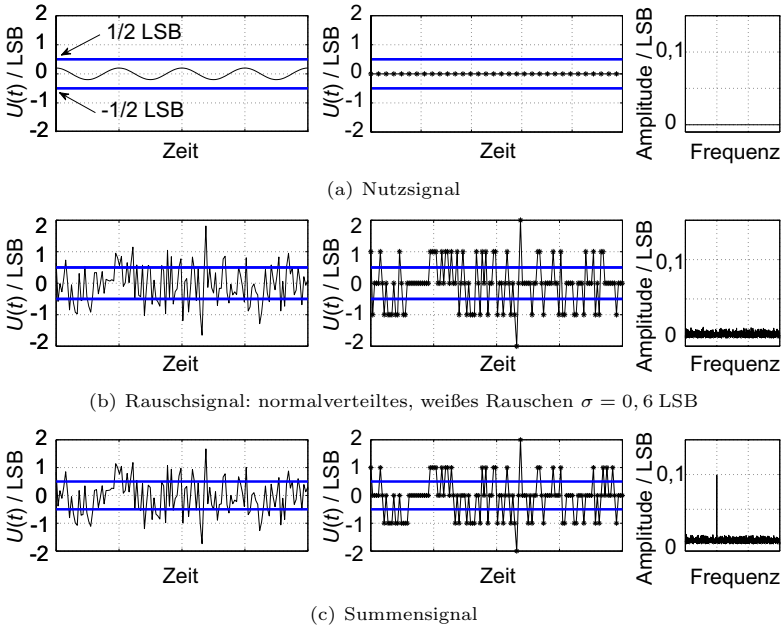


Abbildung 4.11.: Gegenüberstellung des Nutz-, Rausch- und Summensignals; links: analoge Form des Signals; Mitte: digitalisierte Form des Signals; rechts: Amplitudenspektrum des digitalisierten Signals

Zur anschaulichen Erklärung des Phänomens zeigt Abbildung 4.12 die Differenz aus digitalisiertem Summen- und Rauschsignal (Differenzsignal) im Vergleich zum analogen Nutzsignal. Das Differenzsignal und somit auch das Summensignal enthalten die Informationen des Nutzsignals. In den Zeitspannen, in denen das Nutzsignal positiv bzw. negativ ist, nehmen einige Samples des Differenzsignals den Wert  $+0,5 \text{ LSB}$  bzw.  $-0,5 \text{ LSB}$  an, wodurch die Frequenz des Nutzsignals abgebildet ist. Je nach Amplitude des Nutzsignals variiert die Anzahl der Samples, die pro halber Periode des Sinus die Werte  $\pm 0,5 \text{ LSB}$  annehmen. Durch eine statistische Auswertung (Darstellung des Signals im Frequenzbereich) kann auf die Originalamplitude des Nutzsignals geschlossen werden. Die Informationen des Nutzsignals sind somit im digitalen Summensignal enthalten. Für die gleichen Informationen wird jedoch eine größere Menge an Daten bzw. eine län-



gere Zeitspanne des Signals benötigt. Eine Periode des Signals ist im Allgemeinen nicht ausreichend, um die ursprüngliche Amplitude des Nutzsignals zu bestimmen.

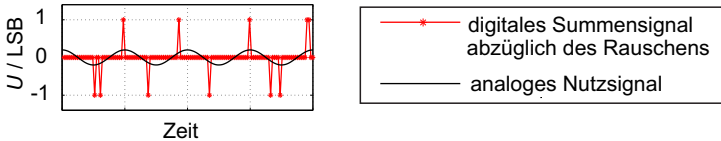


Abbildung 4.12.: Vergleich des analogen Nutzsignals und des digitalen Summensignals abzüglich des Rauschens

### 4.3.2. Parameterstudie

Zur Beurteilung des Potentials von *Dithering* wird eine Parameterstudie auf Basis synthetisch erzeugter Signale mittels eines MATLAB-Programms durchgeführt.

Das Nutzsignal besteht aus einem reinen Sinus mit definierter Frequenz und Amplitude. Das Rauschsignal besteht aus normalverteiltem, weißem Rauschen mit einer bestimmten Standardabweichung  $\sigma$ . Das Summensignal stellt die Summe beider Signale dar. Diese synthetischen Signale repräsentieren die Analogsignale, obwohl diese von digitaler Form sind. Die Auflösung der Signale wird jedoch lediglich durch die Rechnergenauigkeit beschränkt und ist daher um Größenordnungen höher als die konventioneller AD-Wandler (maximal 24 bit). Die Signale werden im Folgenden trotz des digitalen Charakters als analog bezeichnet. Das analoge Summensignal wird unter der Annahme einer bestimmten Auflösung digitalisiert. Jeweils  $N$  diskrete Werte (Samplezahl) des analogen und digitalen Summensignals werden fouriertransformiert und bzgl. der Amplitude des Sinus verglichen und die relativen Abweichungen bestimmt. Als Referenzwert wird die programmintern vorgegebene Amplitude des Nutzsignals definiert. Da das synthetisch erzeugte Rauschsignal trotz definierter Standardabweichung zufälligen Charakters ist, unterliegen die berechneten Abweichungen Schwankungen. Um repräsentative Ergebnisse zu erhalten, werden pro Parametersatz (Amplitude und Frequenz des Sinus, Standardabweichung des Rauschens, Anzahl diskreter Werte) 100 Rechnungen durchgeführt und der Mittelwert der Absolutwerte der Abweichungen gebildet. Sowohl die Standardabweichung des Rauschens als auch

die Amplitude des Sinus werden auf die Auflösung des virtuellen AD-Wandlers bezogen. Die Frequenz wird mittels der virtuellen Abtastrate  $f_s$  normiert.

### Einfluss der Standardabweichung

Abbildung 4.13 zeigt die relativen, mittleren Abweichungen des digitalen und analogen Summensignals bzgl. des Referenzwertes für unterschiedliche Standardabweichungen des im Summensignal enthaltenen Rauschens. Die Amplitude des Sinus beträgt 0,1 LSB. Die Frequenz entspricht 10% der Abtastrate. 32768 diskrete Werte werden in den Frequenzbereich transformiert ( $N = 32768$ ). Die besten Resultate werden mit einer Standardabweichung von 0,5 LSB erreicht. Die relativen Abweichungen des digitalen und analogen Summensignals betragen in diesem Fall ca. 4%. Unterschreitet die Standardabweichung diesen Wert, steigen die relativen Abweichungen des digitalen Summensignals stark an. Die Abweichungen resultieren maßgeblich aus der Quantisierung des Signals (das analoge Summensignal stimmt gut mit dem Referenzwert überein). Die Standardabweichung des Rauschens ist nicht ausreichend und das Phänomen *Dithering* funktioniert nicht. Standardabweichungen größer als 0,5 LSB führen zu leicht ansteigenden Abweichungen des digitalen Summensignals. Diese sind nicht in der Quantisierung, sondern ausschließlich durch das Rauschen begründet (der relative Fehler vom analogen und digitalen Summensignal ist nahezu identisch).

Eine gewisse Menge an Rauschen im Analogsignal ist notwendig, damit Informationen unterhalb der Auflösung des AD-Wandlers im Digitalsignal vorhanden sind. Andererseits begrenzt das Rauschen die Genauigkeit des Summensignals bzgl. des Referenzwertes.

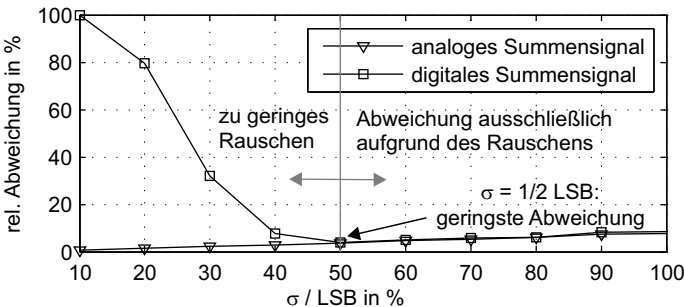


Abbildung 4.13.: Mittlere, relative Abweichung des analogen und digitalen Summensignals vom Referenzwert in Abhängigkeit von der Standardabweichung des Rauschens ( $f = 0,1 \cdot f_s$ ,  $N = 32768$ )

### Einfluss der Frequenz des Nutzsignals

Die obigen Ergebnisse sind nahezu unabhängig von der Frequenz des Sinussignals. Eine Variation der Frequenz des Sinus zwischen der minimal im Amplitudenspektrum auflösbaren Frequenz ( $f_{\min} = f_s/N$  [111]) und der durch das Nyquist-Shannon-Kriterium begrenzten, maximalen Frequenz ( $f_{\max} = 0,5f_s$ ) zeigt, dass die Abweichung um maximal einen Frequenzpunkt über dem gesamten Frequenzbereich variiert. Die Standardabweichung in den Berechnungen beträgt 0,5 LSB. Die Amplitude des Sinus gleicht 0,1 LSB. Jeweils 32768 diskrete Werte der erzeugten Signale werden fouriertransformiert.

Dieses Ergebnis resultiert aus der Tatsache, dass normalverteiltes weißes Rauschen zum Nutzsignal addiert wird. Die Verwendung von Rauschen mit einer von der Frequenz abhängigen Leistungsdichte führt zu einer frequenzabhängigen Abweichung des digitalen Summensignals vom Referenzwert. Im Falle realer Signale, die durch Summen unendlich vieler trigonometrischer Funktionen beschrieben werden können, werden die einzelnen Signalanteile unterschiedlich stark verfälscht. Dies führt dazu, dass die ursprüngliche Relation der einzelnen Signalanteile im digitalen Signal nicht mehr vorhanden ist. Das digitale Signal weicht unter Umständen erheblich von dem analogen Signal ab.

### Einfluss der Signallänge bzw. der Anzahl an Samples

Die durchschnittliche Rauschhöhe im Amplitudenspektrum des digitalen Summensignals ist eine Funktion der Standardabweichung des Rauschens und der zugrundeliegenden Anzahl diskreter Werte. Die Rauschhöhe wiederum beeinflusst die Genauigkeit des Summensignals bzgl. des Referenzwertes. Der Einfluss der Standardabweichung auf die Genauigkeit ist bereits diskutiert worden. Im Folgenden wird der Einfluss der Samplezahl betrachtet.

Die Rauschhöhe kann für normalverteiltes Rauschen mittels des Parseval Theorems<sup>9</sup> abgeschätzt werden. Für reelle, diskrete Signale lautet das Theorem

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N |X(k)|^2, \quad (4.3)$$

wobei  $x(n)$  die reellen, diskreten Werte im Zeitbereich und  $X(k)$  die zugehörigen komplexen Werte im Frequenzbereich sind. Unter der Annahme, dass es sich bei

---

<sup>9</sup>Die Leistung eines Signals ist im Frequenz- und Zeitbereich identisch [112].

dem Signal um normalverteiltes Rauschen handelt, gleicht die linke Seite der Gleichung per Definition dem Quadrat der Standardabweichung  $\sigma$ :

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x(n)^2 = \sigma^2. \quad (4.4)$$

Die in einem Amplitudenspektrum dargestellten Werte  $\gamma$  berechnen sich aus den komplexen Fourierkoeffizienten nach der Gleichung

$$\gamma = 2 \cdot \frac{|X(k)|}{N}. \quad (4.5)$$

Einsetzen der Gleichungen 4.4 und 4.5 in Gleichung 4.3 führt zu

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{4} \sum_{k=1}^N \gamma^2 \\ \Rightarrow \sigma^2 &= \frac{1}{4} \cdot N \cdot \bar{\gamma}^2 \\ \Rightarrow \bar{\gamma}^2 &= \frac{4\sigma^2}{N}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

wobei  $\bar{\gamma}^2$  der quadratische Mittelwert von  $\gamma$  ist. Unter der Annahme, dass der quadratische Mittelwert dem arithmetischen Mittelwert zum Quadrat ähnelt ( $\bar{\gamma}^2 \approx \bar{\gamma}^2$ ), folgt aus Gleichung 4.6 die mittlere Rauschhöhe in einem Amplitudenspektrum zu

$$\bar{\gamma}(\sigma, N) \approx \frac{2\sigma}{\sqrt{N}}. \quad (4.7)$$

Der Rauschlevel in einem Amplitudenspektrum ist somit umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Anzahl der dem Amplitudenspektrum zugrunde liegenden diskreten Werte. Der Rauschlevel bestimmt, wie oben beschrieben, die Abweichung des digitalen Summensignals vom Referenzwert, so dass diese ebenfalls eine Funktion der Samplezahl ist.

Abbildung 4.14 zeigt exemplarisch die Abweichungen des digitalen Summensignals vom Referenzwert für unterschiedliche Samplezahlen. Die Amplitude des Nutzsignal beträgt 0,1 LSB, die Standardabweichung des Rauschens 0,5 LSB. Die Frequenz entspricht 10% der Abtastfrequenz. Die Darstellung ist doppelloarithmisch. Ferner sind für vier verschiedene Samplezahlen exemplarisch die Amplitudenspektren des digitalen Summensignals gezeigt.

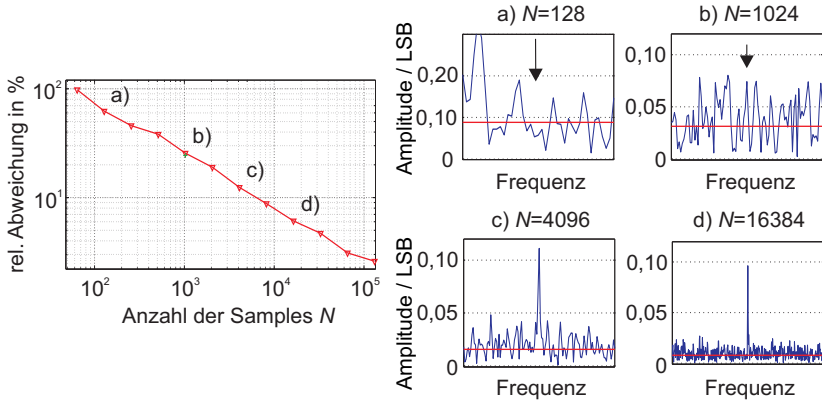


Abbildung 4.14.: links: mittlere, relative Abweichung des digitalen Summensignals vom Referenzwert in Abhängigkeit von der Samplezahl; rechts: vier exemplarisch ausgewählte Amplitudenspektren für unterschiedliche Samplezahlen ( $f = 0,1 \cdot f_s$ ,  $\sigma = 0,5$  LSB)

Mit sinkender Samplezahl bzw. steigendem Rauschlevel wächst die relative Abweichung. So sind zum Beispiel ca. 6000 Samples nötig um eine relative Genauigkeit kleiner 10% zu erreichen. Wird die Anzahl der diskreten Werte weiter reduziert, steigt die Abweichung stark an. Im Amplitudenspektrum ist durch den steigenden Rauschlevel kein diskreter Peak mehr zu erkennen (siehe Abb. 4.14a und b - der schwarze Pfeil deutet an, wo ein Peak zu erwarten ist). Die rote Linie gibt den nach Gleichung 4.7 abgeschätzten Rauschpegel an. Ab einem Rauschpegel von ca. 20 – 30% der Amplitude des Nutzsignals ist das Auffinden des diskreten Peaks im Amplitudenspektrum nicht mehr möglich. Erst bei einer Erhöhung der diskreten Werte auf 4096 ist der diskrete Peak im Amplitudenspektrum sichtbar. Dieser ist allerdings mit erheblichen Unsicherheiten versehen (siehe Abb. 4.14b). Ein guter Signal/Rauschabstand sowie eine daraus resultierende gute Genauigkeit wird für die gegebenen Parameter für eine Samplezahl größer 16364 erreicht (siehe Abb. 4.14a).

Aufbauend auf die gewonnenen Erkenntnisse wird die Anzahl der diskreten Werte in den Auswertungen zu den Versuchen am Verdichter auf 32768 bzw. 40000 gesetzt (siehe hierzu Kap. 5.2).

### 4.3.3. Anwendung der Ergebnisse auf die konkrete Messaufgabe

Um die Ergebnisse der Parameterstudie zu verifizieren und die Anwendbarkeit der erlangten Erkenntnisse auf die konkrete Messaufgabe zu untersuchen, wird mittels eines Signalgenerators ein Sinussignal mit definierter Amplitude und Frequenz erzeugt. Der erste Ausgang des Signalgenerators wird direkt an die Datenerfassungseinheit OR38 angeschlossen. Der zweite Ausgang ist mit einem Eingang der 10-Kanal PCM-Telemetrie verbunden. Der zugehörige Ausgang der Telemetrie ist auf einen weiteren Eingang der Datenerfassungseinheit gelegt. Beide Kanäle werden simultan aufgezeichnet, während die Amplitude des erzeugten Signals variiert wird. Das Signal des Kanals, der direkt an den OR38 angeschlossen ist, wird als Referenzsignal definiert. Dieser Kanal wird lediglich durch die Auflösung der Datenerfassungseinheit beschränkt. Diese ist mit 24 bit um Größenordnungen höher als die der Telemetrie (12 bit). Das Signal, das über die Telemetrie gesendet wird, ist als Testsignal bezeichnet. Im Folgenden wird die Amplitude des generierten Signals bzgl. der Auflösung der Telemetrie angegeben. Abbildung 4.15 zeigt schematisch den Versuchsaufbau.

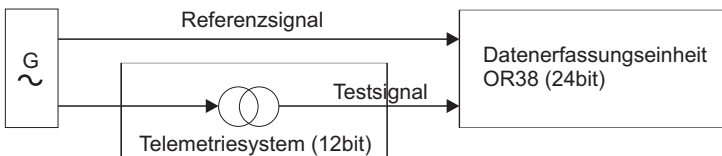


Abbildung 4.15.: Versuchsaufbau zum Thema *Dithering*

Im ersten Schritt wird das in beiden Signalen befindliche Rauschen (ohne Sinus) aufgezeichnet. Das Rauschen wird den Signalen nicht künstlich hinzugefügt, sondern ist durch den Signalgenerator, die Verkabelung sowie das Telemetriesystem vorhanden. Zur Bestimmung der Eigenschaften des Rauschens werden die Rauschsignale mit synthetisch erzeugtem, normalverteiltem Rauschen mit Hilfe von Histogrammen<sup>10</sup> verglichen.

Abbildung 4.16 zeigt die Histogramme der Rauschsignale beider Messkanäle sowie die Histogramme der künstlich erzeugten Vergleichssignale. Die Standardabweichung des synthetischen Rauschens wird jeweils so variiert, dass die Häufigkeitsverteilungen von synthetischen und gemessenen Signalen nahezu überein-

<sup>10</sup>Die Darstellung der Häufigkeitsverteilung wird Histogramm genannt.

stimmen. Auf diese Weise wird die Standardabweichung der gemessenen Rauschsignale bestimmt. Wie aus Abbildung 4.16 ersichtlich, ist das in den Messkanälen vorhandene Rauschen in guter Näherung normalverteilt. Die Häufigkeitsverteilung gleicht der Gaussverteilung. Die Standardabweichungen des Rauschens im Referenz- bzw. Testsignal betragen 0,07 LSB bzw. 0,8 LSB. Folglich wird der Großteil des Rauschens im Telemetriesystem generiert; ob vor oder nach der Digitalisierung des Signals kann zunächst nicht unterschieden werden. Um die Übertragbarkeit der gewonnenen Erkenntnisse auf den realen Versuchsaufbau zu gewährleisten, wird der Signalgenerator zeitweise durch einen Drucksensor LE47 bzw. einen DMS ersetzt, um die gesamten Messketten abzubilden. Die Standardabweichung des Rauschens ändert sich in Abhängigkeit des verwendeten Sensors um  $\pm 0,2$  LSB, die Form der Häufigkeitsverteilung bleibt jedoch normalverteilt.

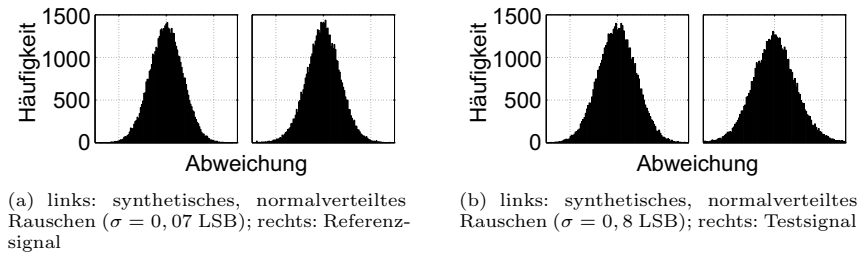


Abbildung 4.16.: Vergleich der gemessenen Rauschsignale zu synthetisch erzeugtem, normalverteiltem Rauschen

Im zweiten Schritt wird die Amplitude des generierten Sinussignals schrittweise zwischen 0,05 und 0,5 LSB variiert und die Signale beider Kanäle werden simultan aufgezeichnet. Um einen repräsentativen Vergleich von theoretisch und experimentell ermittelten Daten zu erreichen, werden pro eingestellter Amplitude und Kanal 100 Datensätze á 32768 diskreter Werte aufgezeichnet. Mittels Amplitudenspektrum werden die gemessenen Amplituden des Sinussignals bestimmt und die Abweichungen zwischen Test- und Referenzsignal ermittelt. Die Beträge der Abweichungen werden analog zum Vorgehen bei der Parameterstudie gemittelt.

Abbildung 4.17 zeigt die experimentell ermittelten Abweichungen im Vergleich zu den mittels MATLAB-Parameterstudie ermittelten Werten für verschiedene Amplituden des Sinussignals. Die Frequenz des Sinus beträgt in diesem Fall 10% der Abtastrate. Die Standardabweichung des synthetischen Rauschens ist der zuvor bestimmten Standardabweichung des Rauschens im Testsignal angeglichen und beträgt 0,8 LSB. Die experimentell ermittelten Abweichungen sind um maximal einen Prozentpunkt höher als die mittels MATLAB-Programm prognostizierten Abweichungen und stimmen somit gut mit diesen überein. Leicht höhere Abweichungen resultieren möglicherweise aus der geringen Abweichung des Rauschens im Testsignal von perfekt normalverteiltem Rauschen. Ein Sinussignal mit einer Amplitude von z.B. 0,05 LSB wird vom AD-Wandler aufgelöst, obwohl die Amplitude 20 mal kleiner als die Auflösung des Wandlers ist. Die Dynamik des AD-Wandlers wird in diesem Fall um ca. 3 bit gesteigert.

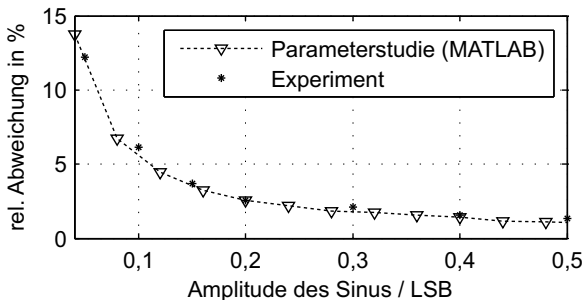


Abbildung 4.17.: Vergleich der rechnerisch und experimentell ermittelten relativen Abweichungen für verschiedene Amplituden des Sinussignals ( $\sigma = 0,8 \text{ LSB}$ ,  $f = 0,1 \cdot f_s$ )

Rückwirkend wird geschlussfolgert, dass das Rauschen im Testsignal vor der Digitalisierung des Signals durch den AD-Wandler der Telemetrie vorhanden ist. Ohne das Vorhandensein des Rauschens würde das Phänomen *Dithering* nicht funktionieren (siehe Abb. 4.13) und experimentell und per MATLAB-Programm ermittelte Ergebnisse erheblich voneinander abweichen.

Eine Variation der Frequenz des Sinussignals (bei konstanter Amplitude von 0,1 LSB) zeigt des Weiteren, dass das Ergebnis von der Frequenz des Sinus unabhängig ist. Dies bestätigt eine weitere Erkenntnis aus der Parameterstudie und



ist von grundlegender Wichtigkeit: Die Amplitudengenaugigkeit der auf dem Lauf-  
rad befindlichen Sensoren ist in Kapitel 4.2.1 inklusive der gesamten Messkette  
behandelt. Der dort bestimmte Fehler beinhaltet somit den in diesem Abschnitt  
diskutierten Fehler aufgrund der Quantifizierung bzw. aufgrund des im Signal be-  
findlichen Rauschens. Mit Hilfe des hier beschriebenen Testaufbaus ist jetzt die  
Unabhängigkeit dieses Fehlers von der Frequenz des Signals aufgezeigt worden.  
Wie oben beschrieben, ist dies Grundvoraussetzung dafür, dass die digitalisier-  
ten Signale nicht bzgl. der Relationen der einzelnen Signalkomponenten von den  
analogen Versionen abweichen.

#### 4.3.4. Genauigkeit bzgl. der Phasenbestimmung

Der Fehler aufgrund der Quantisierung eines Analogsignals bzw. aufgrund von  
im Signal vorhandenem Rauschen ist bereits bzgl. der Amplitude eines reinen  
Sinussignals untersucht worden. Da Phasenauswertungen ebenfalls Inhalt der in  
dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen sind, wird in diesem Abschnitt die  
Unsicherheit bzgl. des Phasenwinkels eines Sinussignals thematisiert.

Die Untersuchung ist analog zu der in Kapitel 4.3.2 beschriebenen Vorgehenswei-  
se mit Hilfe eines MATLAB-Programms durchgeführt worden. Das Nutzsignal  
besteht aus einem reinen Sinus mit definierter Frequenz, Amplitude **und** Pha-  
se. Das Rauschsignal besteht aus normalverteiltem, weißem Rauschen mit einer  
bestimmten Standardabweichung. Die Summe beider Signale stellt das Summen-  
signal dar. Im vorigen Abschnitt ist die Standardabweichung des Rauschens für  
die Experimente mit  $0,8 \pm 0,2$  LSB abgeschätzt worden. Aus diesem Grund wird  
die Standardabweichung des Rauschens mit 1,0 LSB deklariert, um bzgl. der kon-  
kreten Messaufgabe aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten.

Abbildung 4.18 zeigt die absoluten mittleren Abweichungen des digitalen Sum-  
mensignals vom Referenzwert für verschiedene Amplituden des Sinussignals. Der  
Referenzwert wird durch die programminterne Vorgabe der Phase des Nutzsi-  
gnals definiert. Das Ergebnis ist unabhängig von der Frequenz des Sinus. Da  
die absoluten Abweichungen angegeben sind, ist der Absolutwert der Phase (der  
Referenzwert) ebenfalls nicht relevant. Neben den mittleren Abweichungen sind  
die minimalen und maximalen Abweichungen aus den 100 durchgeführten Rech-  
nungen dargestellt. Die maximalen Abweichungen werden in den Auswertungen  
berücksichtigt.

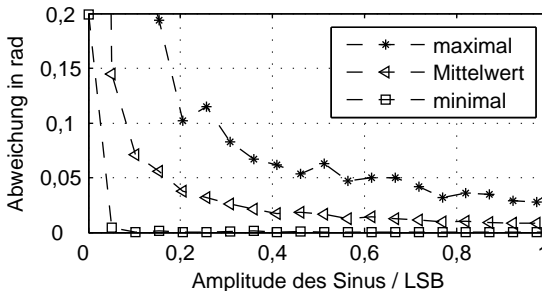


Abbildung 4.18.: Absolute Abweichung der Phase des digitalen Summensignals vom Referenzwert für verschiedene Amplituden des Sinussignals ( $\sigma = 1,0$  LSB,  $f = 0,1 \cdot f_s$ ,  $N = 32768$ )

#### 4.3.5. Zusammenfassung

Im Folgenden werden die in diesem Kapitel gewonnenen Erkenntnisse zusammenfassend aufgeführt. Die Erkenntnisse sind in allgemeine und bzgl. der konkreten Messaufgabe spezifische Punkte unterteilt.

Allgemeine Erkenntnisse:

- Schwankungen unterhalb der Auflösungsgrenze von AD-Wandlern werden dessen ungeachtet vom AD-Wandler aufgelöst, wenn im analogen Signal normalverteiltes weißes Rauschen mit einer Standardabweichung  $\sigma \geq 0,5$  LSB vorhanden ist.
- Frequenzunabhängige Ergebnisse werden erzielt, wenn das Rauschen normalverteilt und die Leistungsdichte des Rauschens frequenzunabhängig ist.
- Eine gewisse Standardabweichung des Rauschens ist nötig, damit das Phänomen *Dithering* funktioniert. Andererseits begrenzt das Rauschen die minimal auflösbaren Schwankungen. Der beste Kompromiss wird für Rauschen mit einer Standardabweichung von  $0,5$  LSB erzielt.
- Eine Anzahl von mehr als 16384 diskreten Werten ist notwendig, um einen akzeptablen Signal/Rauschabstand im Amplitudenspektrum zu erreichen. Dieser Wert gilt für eine Amplitude des Nutzsignals von  $0,1$  LSB und einer Standardabweichung des Rauschens von  $0,5$  LSB

Spezifische Erkenntnisse bzgl. der Messaufgabe:

- Mit dem am Ausgang der Telemetrie gemessenen Rauschen kann in erster Näherung (unter Berücksichtigung der Verstärkung der Telemetrie) auf das Rauschen vor dem AD-Wandler der Telemetrie geschlossen werden.
- Das in den Signalen befindliche Rauschen wird (automatisch) genutzt und ermöglicht die Auflösung von Schwankungsgrößen, die unterhalb der Auflösung des AD-Wandlers der Telemetrie liegen.
- Da das Rauschen in guter Näherung normalverteilt ist, sind die digitalisierten Signale nicht (relevant) bzgl. der Relation der einzelnen Signalanteile verfälscht.
- Der fehlerhafte Einfluss aufgrund des in den Signalen befindlichen Rauschens bzw. aufgrund der Quantisierung der Analogsignale durch den AD-Wandler der Telemetrie ist mit der experimentellen Betrachtung der Messgenauigkeit der gesamten Messketten in Kapitel 4.2.1 abgedeckt.



## KAPITEL 5

---

### Experimentelle Ergebnisse

---

In diesem Kapitel werden experimentelle Ergebnisse vorgestellt. Zunächst wird die Methode der Signalverarbeitung bzw. der Datenselektion beschrieben. Graphische Darstellungsformen, die in den verschiedenen Auswertungen Anwendung finden, werden vorgestellt. Die Abhängigkeit der Druckschwankungen im Verdichter von verschiedenen Einflussgrößen wird theoretisch hergeleitet und experimentell verifiziert. Ausgehend von diesen grundlegenden Erkenntnissen werden die Darstellungsformen experimenteller Daten in eine dimensionslose Form überführt. Dies ist ein erster Schritt, gewonnene Erkenntnisse auf andere Verdichter zu übertragen.

Der Hauptteil des Kapitels unterteilt sich in zwei Teile. Die Anregung der Laufradstruktur durch rotierende Druckmuster stellt den ersten Teil dar. Die Laufraddämpfung sowie die Eigenschaften der angeregten Eigenschwingungsformen des Laufrades (rotierende Knotendurchmesser oder nicht?) werden in diesem Zusammenhang untersucht.

Der zweite Teil stellt den ersten Schritt dar, Laufradanregungen durch akustische Moden zu untersuchen bzw. zu quantifizieren. Akustische Moden werden als

eine effektive Anregungsquelle bzgl. Laufradschwingungen angenommen (vergleiche Abb. 3.11a und 3.4 oben). Ein grundlegendes Wissen über die Eigenschaften dieser Moden ist daher notwendig, um Resonanzanregungen des Laufrades zu vermeiden. In dieser Arbeit richtet sich das Hauptaugenmerk auf die Detektion akustischer Moden in einer Hochdruckumgebung sowie auf den Einfluss der Radseitenraumströmung bzgl. der akustischen Eigenfrequenzen. Aus messtechnischer Sicht sind hydrodynamische Druckschwankungen<sup>1</sup> und akustische Druckschwankungen nicht zu unterscheiden, besitzen jedoch grundlegend verschiedene Eigenschaften, was die Ausbreitung und Dämpfung betreffen (siehe Kapitel 5.5.3). Des Weiteren zeigen die Experimente, dass der Einfluss der Schallgeschwindigkeit auf beide Arten der Druckschwankungen in einem Verdichter der selbe ist. Dies erschwert den experimentellen Nachweis akustischer Moden.

## 5.1. Formale Konventionen zur Darstellung experimenteller Ergebnisse

Im Folgenden wird eine Vielzahl von experimentell ermittelten Größen graphisch dargestellt, für die die folgenden Konventionen eingeführt werden. Sind die in einem Diagramm dargestellten Größen auf den maximalen im Diagramm vorkommenden Wert normiert, werden diese mit einer hochgestellten Raute versehen (z.B.:  $p^\#$ ). Messunsicherheiten (siehe Kapitel 4.2) werden durch Balken in den jeweiligen Diagrammen kenntlich gemacht (siehe z.B. Abb. 5.4). Die Balkenlänge repräsentiert die Spanne zwischen dem maximal und minimal möglichen Wert. Der tatsächliche Wert kann sowohl in positive als auch negative Richtung um maximal der **halben** Balkenlänge vom dargestellten Messwert abweichen.

## 5.2. Signalverarbeitung - Methodik der Datenauswertung

Wie in Kapitel 3.5 beschrieben, werden die Signale der verschiedenen Messstellen während der Versuchsläufe kontinuierlich aufgezeichnet. Im Anschluss eines Versuchslaufs bzw. einer Versuchsreihe werden die Messdaten der langsamen

---

<sup>1</sup> Als hydrodynamische Druckschwankungen werden Druckschwankungen bezeichnet, die auch in inkompressiblen Medien auftreten können und deren Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Schallgeschwindigkeit verschieden ist.

und schnellen Messtechnik synchronisiert, was eine Verknüpfung von gemessenen Schwankungsgrößen mit Zustandsgrößen im Verdichter ermöglicht.

Abbildung 5.1 zeigt zusammenfassend den Weg von der Datenerfassung zur graphischen Darstellung der Messdaten. Die Daten der schnellen Messtechnik, im Folgenden als schnelle Messdaten bezeichnet, werden mit Hilfe des Drehzahlrohsignals rotorsynchron *resamplet*<sup>2</sup>. Diese Prozedur wird häufig als *Order Tracking* bezeichnet und wirkt dem Verschmieren drehzahlabhängiger Signalanteile entgegen<sup>3</sup>. Die *resampleten* Signale besitzen pro Umdrehung des Laufrades eine konstante Anzahl diskreter Werte, welche unabhängig von der Drehzahl des Verdichters ist. Die Anzahl der diskreten Werte beträgt in diesem Fall 200, so dass nach dem Nyquist-Shannon-Kriterium Drehzahlharmonische bis zur hundertsten Ordnung aufgelöst werden können.

Die *resampleten* Daten werden mittels des van-Hann Fensters gefenstert und fouriertransformiert (STFT: *Short Time Fourier Transformation* bzw. gefensterte Fouriertransformation). Jeweils 200 Umdrehungen des Verdichters bzw. 40000 diskrete Werte stellen ein Zeitfenster dar. Durch die hohe Anzahl diskreter Werte wird ein guter Signal/Rauschabstand erreicht (siehe Kap. 4.3.2). Durch das van-Hann Fenster werden Sprungstellen im Signal vermieden, die zu einer Verfälschung der Fourierkoeffizienten führen (Gibbsches Phänomen) [111]. Die einzelnen Fenster überlappen sich zu 75%, um Datenverluste aufgrund der Fensterung auszuschließen [111].

Aufgrund des durchgeführten *Order Trackings* sind die aus der Fouriertransformation berechneten Frequenzen auf die Drehzahl des Verdichters und nicht auf die Zeit bezogen. Auf die Drehzahl bezogene Frequenzen werden durch einen Stern an der Variablen gekennzeichnet. Da im Folgenden die drehzahlharmonische Anregung des Laufrades bzw. akustischer Moden betrachtet wird, sind lediglich die ganzzahligen bezogenen Frequenzen von Interesse. Diese werden als Drehzahlordnung oder Drehzahlharmonische bezeichnet.

Die graphische Darstellung der Amplitude eines drehzahlharmonischen Anteils einer Schwankungsgröße (Druck oder Dehnung) über der Drehzahl bzw. der Umdrehungszahl des Verdichters wird im Folgenden als EO-Diagramm (EO: *engine*

---

<sup>2</sup>Der englische Begriff *to resample* wird synonym zu *Umrechnung des diskreten Signals auf neue Stützstellen* verwendet. Die Umrechnung erfolgt mittels Interpolation der ursprünglichen Werte auf die neuen Stützstellen.

<sup>3</sup>Das Verschmieren entsteht durch die Transformation drehzahlabhängiger Signalanteile in den Frequenzbereich. Innerhalb des transformierten Zeitbereichs des Signals sind die Frequenzen nicht konstant, was zu einer Verbreiterung bzw. einem Verschmieren der Peaks im Amplitudenspektrum führt.

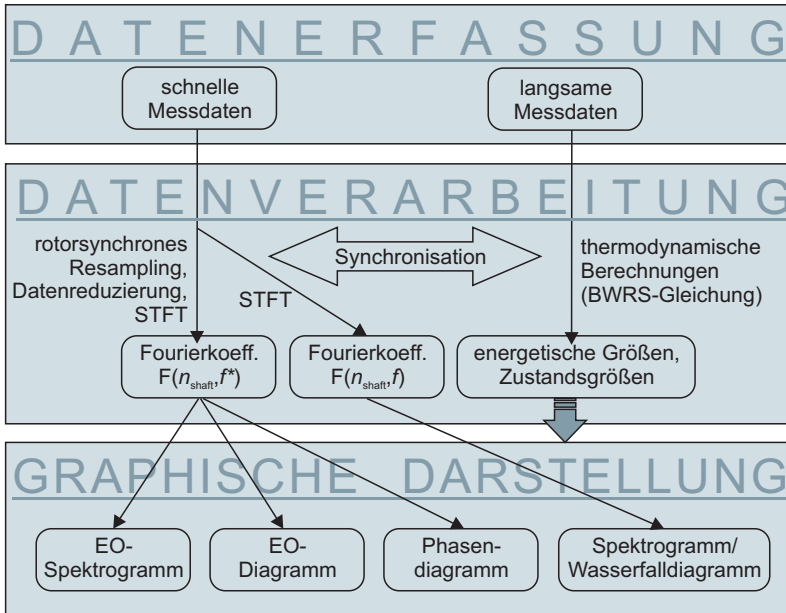


Abbildung 5.1.: Verarbeitung und Selektion der Messdaten - von der Datenerfassung zur graphischen Darstellung

order) bezeichnet. Anschaulich entspricht das der Einhüllenden einer Drehzahlharmonischen in einem Wasserfalldiagramm. Dies ist in Abbildung 5.2 anschaulich dargestellt. Die Abbildung zeigt auf der linken Seite ein Wasserfalldiagramm für eine beliebige Schwankungsgröße. Die Amplitude der Schwankungsgröße ist über der Drehzahl des Verdichters und der Frequenz aufgetragen. Drehzahlharmonische Schwankungen sind im Wasserfalldiagramm durch einen linear steigenden Verlauf erkennbar. Exemplarisch ist hier die Drehzahlharmonische  $f^{*R} = 22$  herausgegriffen und markiert. Die rechte Seite zeigt das EO-Diagramm dieses drehzahlharmonischen Anteils. Das Diagramm wird daher auch als 22EO-Diagramm bezeichnet. Die dargestellten Drehzahlbereiche sind in beiden Diagrammen identisch. Der Verlauf im EO-Diagramm entspricht der Einhüllenden der Drehzahlharmonischen  $f^{*R} = 22$  im Wasserfalldiagramm. Die Zusammenfassung mehrerer EO-Diagramme in einem Farbplot wird als EO-Spektrogramm (siehe z.B. Abb. 5.24) bezeichnet.



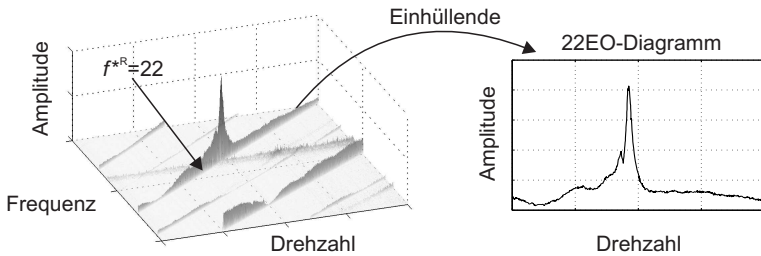


Abbildung 5.2.: EO-Diagramm

Aus Gründen der Anschaulichkeit werden im Folgenden vereinzelt Daten genutzt, die nicht rotorsynchron *resampled* worden sind. In diesem Fall umfasst ein Zeitfenster 32768 diskrete Werte. Die Darstellung der Daten erfolgt in diesem Fall in konventionellen Wasserfalldiagrammen.

Die langsamen Messdaten werden, wie oben beschrieben, mit den schnellen Messdaten synchronisiert und dienen neben der Bestimmung des Verdichterbetriebspunktes, zur Berechnung der Schallgeschwindigkeit im Verdichter, zur Untersuchung der Strömung in den Radseitenräumen sowie zur Beurteilung der Umfangssymmetrie im Verdichter (siehe Kap. 5.6). Des Weiteren werden einzelne Messgrößen zur normierten Darstellung von Druckschwankungen genutzt (siehe Kap. 5.3). Die Berechnung der thermodynamischen Zustandsgrößen an den verschiedenen Bilanzierungsebenen im Verdichter erfolgt mit Hilfe der BWRS-Gleichung<sup>4</sup>.

### 5.3. Einflussgrößen bezüglich der Druckschwankungen im Verdichter

In diesem Abschnitt werden zunächst auf rein theoretischer Basis die Druckschwankungen in einem Verdichter mit Zustandsgrößen bzw. mit dimensionslosen Kennziffern des Verdichters verknüpft. Die auf diese Weise hergeleiteten Zusammenhänge werden anhand experimenteller Daten überprüft.

<sup>4</sup>Die BWRS-Gleichung ist eine Gleichung zur Beschreibung des Zustands realer Gase. Die Gleichung ist nach den Entwicklern Benedict, Webb, Rubin und Starling benannt.

### 5.3.1. Theoretische Betrachtung

Die Hauptquelle drehzahlharmonischer, hydrodynamischer Druckschwankungen sind die Nachlaufdellen der Laufradbeschaufelung und die Interaktion dieser mit stationären Komponenten wie den Statorbeschaufelungen. Die Interaktion zweier Schaufelreihen aufgrund ihrer Potentialfelder wird vernachlässigt. Potentialfelder klingen sehr schnell ab, so dass angenommen wird, dass diese unter Berücksichtigung typischer Abstände zweier Schaufelreihen für die Interaktion von geringer Bedeutung sind. Nachlaufdellen sind Geschwindigkeitsdefekte im Nachlauf von umströmten Schaufeln. Die Ausmaße der Nachlaufdellen sind unter anderem abhängig vom Geschwindigkeitsniveau  $v$  der Strömung im Verdichter. Aus der Annahme, dass sich Druckschwankungen mit Geschwindigkeitsschwankungen über die mittlere Dichte am Schwankungsort verknüpfen lassen, folgt, dass die aus dem Geschwindigkeitsdefekt resultierenden Druckschwankungen ebenfalls proportional zum Geschwindigkeitsniveau sind:

$$p' \propto \bar{\rho} \cdot v^2, \quad (5.1)$$

wobei  $p'$  die Amplitude der Druckschwankung und  $\bar{\rho}$  die mittlere Dichte am Ort der Druckschwankung sind<sup>5</sup>. Die Druckschwankungen sind proportional zu einem dynamischen Druck, wobei die mittlere Dichte am Ort der Druckschwankung im Allgemeinen nicht bekannt ist.

Das Geschwindigkeitsniveau  $v$  im Verdichter steht über die Strömungskinetik (Geschwindigkeitsdreieck) in einer bestimmten Relation zur Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  am Laufradaustritt. Diese Relation ist im Allgemeinen nicht bekannt, kann jedoch für ähnliche Betriebszustände des Verdichters als konstant angenommen werden. Ähnlichkeit zwischen Betriebspunkten besteht, wenn die dimensionslosen Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des Laufrades gleich sind. Neben Geometrieparametern werden die Geschwindigkeitsdreiecke durch die Dichterelation zwischen Ein- und Austritt des Verdichters sowie durch die Durchflussziffer<sup>6</sup> definiert. Für ähnliche Betriebszustände des Verdichters folgt somit aus Gleichung 5.1, dass die Druckschwankungen proportional zu einem

<sup>5</sup> Amplituden von Schwankungsgrößen werden mit einem Hochkomma hinter der Variablen kenntlich gemacht. In Amplitudenspektren, EO-Diagrammen bzw. -Spektrogrammen sowie Wasserfalldiagrammen ist die Amplitude einer bestimmten Schwankungsgröße aufgetragen. In diesen Diagrammen ist daher die Ordinatenbeschriftung mit einem Hochkomma versehen.

<sup>6</sup>  $\varphi_D = 4 \cdot \dot{V} / (u_2 \cdot D_2^2 \cdot \pi)$

dynamischen Druck sind, welcher mittels der Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades gebildet wird:

$$p' \propto \bar{\rho} \cdot u_2^2. \quad (5.2)$$

Durch Verwenden der Umfangsgeschwindigkeit lassen sich die Druckschwankungen mit der Energieumsetzung der Stufe verknüpfen: Die dimensionslose Kennziffer

$$q_p = \frac{y}{u_2^2} \quad (5.3)$$

wird als Druckziffer bezeichnet und beschreibt die Energieumsetzung im Verdichter. Die polytrope Strömungsarbeit  $y$  der gesamten Stufe für kompressible Fluide (unter der Annahme perfekter Gase<sup>7</sup>) berechnet sich zu

$$y = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \eta_p \cdot R_i \cdot T_{t1} \cdot \left[ \left( \frac{p_{t8}}{p_{t1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa \cdot \eta_p}} - 1 \right], \quad (5.4)$$

wobei  $\kappa$  der Isentropenexponent,  $\eta_p$  der polytrope Wirkungsgrad,  $R_i$  die individuelle Gaskonstante,  $T_{t1}$  die Totaltemperatur am Verdichtereintritt und  $p_{t1}$  sowie  $p_{t8}$  die Totaldrücke am Ein- und Austritt des Verdichters sind [113]<sup>8</sup>. Wird Gleichung 5.3 in Gleichung 5.2 eingesetzt und die Strömungsarbeit mit Hilfe von Gleichung 5.4 eliminiert, folgt

$$p' \propto \bar{\rho} \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{\eta_p}{q_p} \cdot R_i \cdot T_{t1} \cdot \left[ \left( \frac{p_{t8}}{p_{t1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa \cdot \eta_p}} - 1 \right]. \quad (5.5)$$

Gleichung 5.5 kann mittels des idealen Gasgesetzes zu

$$p' \propto p_{t1} \cdot \frac{\bar{\rho}}{\rho_{t1}} \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{\eta_p}{q_p} \cdot \left[ \left( \frac{p_{t8}}{p_{t1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa \cdot \eta_p}} - 1 \right] \quad (5.6)$$

umgeformt werden. Das Druckverhältnis des Verdichters ist eine Funktion dimensionsloser Kennziffern und folgt aus Gleichung 5.4 mit Gleichung 5.3 und der Definition der Umfangsmachzahl

$$M_u^2 = \frac{u_2^2}{a^2} = \frac{u_2^2}{\kappa \cdot R_i \cdot T_{t1}}$$

<sup>7</sup>Perfekte Gase sind ideale Gase mit konstanten kalorischen Stoffwerten  $R$ ,  $c_v$  und  $c_p$ .

<sup>8</sup>Der Saug- und der Druckstutzen sind hier als Ein- und Ausgang des Verdichters definiert.

zu

$$\frac{p_{t8}}{p_{t1}} = \left[ (\kappa - 1) \cdot \frac{q_p}{\eta_p} \cdot M_u^2 + 1 \right]^{\frac{\kappa \cdot \eta_p}{\kappa - 1}}, \quad (5.7)$$

wobei  $M_u$  die Umfangsmachzahl ist, die aus der Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  und der am Eintritt des Verdichters herrschenden Schallgeschwindigkeit gebildet wird. Gleichung 5.7 in Gleichung 5.6 eingesetzt führt schließlich zu

$$p' \propto p_{t1} \cdot \frac{\bar{\rho}}{\rho_{t1}} \cdot \kappa \cdot M_u^2. \quad (5.8)$$

Die Druckschwankungen im Verdichter sind für einen bestimmten Betrachtungspunkt proportional zum Eintrittsdruck  $p_{t1}$ , dem Isentropenexponenten  $\kappa$ , dem Quadrat der Umfangsmachzahl  $M_u$  sowie dem Quotienten aus der mittleren Dichte am Ort der Druckschwankung  $\bar{\rho}$  und der Dichte am Verdichtereintritt  $\rho_{t1}$ . Der Betrachtungspunkt ist durch eine bestimmte örtliche Position im Verdichter sowie durch einen bestimmten Betriebspunkt des Verdichters charakterisiert.

Das Dichteverhältnis zwischen Ein- und Austritt des Verdichters folgt aus Gleichung 5.7 und dem Zusammenhang zwischen dem Druck- und Dichteverhältnis für adiabate Zustandsänderungen

$$\frac{\rho_{t8}}{\rho_{t1}} = \left( \frac{p_{t8}}{p_{t1}} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

zu

$$\frac{\rho_{t8}}{\rho_{t1}} = \left[ (\kappa - 1) \cdot \frac{q_p}{\eta_p} \cdot M_u^2 + 1 \right]^{\frac{\eta_p}{\kappa - 1}}. \quad (5.9)$$

Folglich ist das Dichteverhältnis zwischen Ein- und Austritt eine Funktion der Umfangsmachzahl  $M_u$ , dem Isentropenexponenten  $\kappa$ , dem polytropen Wirkungsgrad  $\eta_p$  und der Druckziffer  $q_p$ . Ausgehend davon wird angenommen, dass das Dichteverhältnis in Gleichung 5.8 ebenfalls eine Funktion dieser Kennziffern ist und sich analog zum Dichteverhältnis zwischen Ein- und Austritt des Verdichters verhält. Ist dieses für zwei Betriebspunkte gleich, wird daher angenommen, dass der Quotient aus der mittleren Dichte am Ort der Druckschwankung und der Dichte am Verdichtereintritt ebenfalls konstant ist.

Sind zwei Betriebspunkte ähnlich, kann anhand der obigen Überlegungen von den auftretenden Druckschwankungen bei einem Betriebspunkt auf die Druck-

schwankungen während des anderen Betriebspunktes geschlossen werden. Des Weiteren folgt, dass unter der Annahme konstanter dimensionsloser Kennziffern ( $M_u$ ,  $\kappa$ ,  $\eta_p$ ,  $q_p$ ) Druckschwankungen direkt proportional zum Eintrittsdruck des Verdichters sind. Dies wird in der Arbeit von Kammerer für niedrige Drücke mit bis zu ungefähr einem bar bestätigt [114].

### 5.3.2. Experimentelle Betrachtung

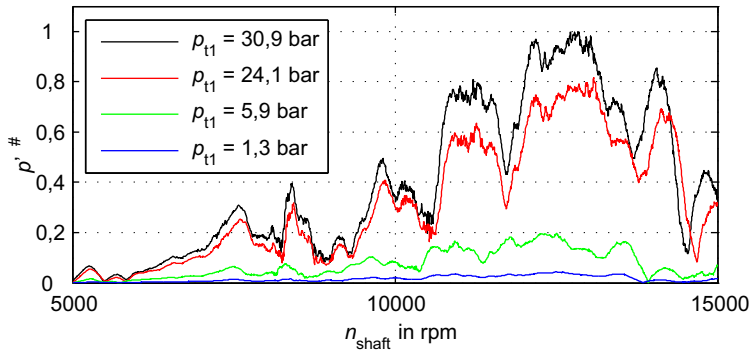
Zur Überprüfung der im vorherigen Abschnitt hergeleiteten Abhängigkeiten der Druckschwankungen im Verdichter werden im Folgenden vier Hochläufe mit unterschiedlichen Ansaugdrücken (*run-up09, 06, 16, 17*) sowie fünf Hochläufe mit unterschiedlichen Gaszusammensetzungen (*run-up43-47*) verglichen. Die Hochläufe *run-up09, 06, 16, 17* verlaufen an der Schluckgrenze des Verdichters, die Hochläufe *run-up43-47* durch die Kennfeldmitte (analog zu den exemplarisch dargestellten Hochläufen in Abb. 3.12). Die Start- und Enddrehzahlen betragen 5000 bzw. 15000 rpm. Durch Variation des Ansaugdrucks wird nicht allein das Druckniveau sondern auch die Schallgeschwindigkeit im Verdichter und damit die Umfangsmachzahl geringfügig variiert. Eine Variation der Gaszusammensetzung führt zu einer deutlichen Änderung der Schallgeschwindigkeit und des Isentrophenexponenten.

Zur exemplarischen Gegenüberstellung der verschiedenen Hochläufe dient der der Schaufelfrequenz zugehörige drehzahlharmonische Anteil der Druckschwankungen (17. Drehzahlharmonische), gemessen vom Drucksensor *p-S-DK2* (vergleiche Tab. 4.2).

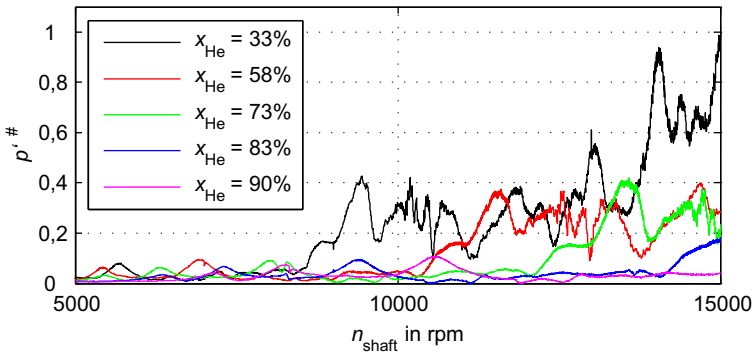
In Abbildung 5.3a sind die Druckamplituden während der Hochläufe mit unterschiedlichen Ansaugdrücken über der Drehzahl dargestellt (EO-Diagramm). Die Druckamplituden sind mittels des maximalen Wertes aller vier Hochläufe normiert. Der Eintrittsdruck variiert zwischen 1,3 bar und 30,9 bar. Deutlich zu erkennen ist, dass die Druckschwankungen mit steigendem Ansaugdruck zunehmen, wobei der qualitative Verlauf ähnlich bleibt. Aufgrund unterschiedlicher Schallgeschwindigkeiten und den daraus resultierenden unterschiedlichen Umfangsmachzahlen (bei gleicher Drehzahl) sind die Verläufe bezüglich der Abszisse zueinander verschoben. Der zackige Verlauf resultiert aus akustischen Resonanzen und wird in Kapitel 5.7 thematisiert.

Abbildung 5.3b zeigt analog die Druckamplituden während der Hochläufe mit unterschiedlichen Gaszusammensetzungen. Das Gasgemisch wird mittels des He-

liumanteils angegeben. Dieser beträgt in den fünf Hochläufen zwischen 33% und 90%. Die andere Gaskomponente ist Stickstoff. Die Verläufe der Druckamplituden weisen auf den ersten Blick keine Ähnlichkeit auf. Erst bei genauerer Betrachtung der Graphen fällt auf, dass diese aufgrund der unterschiedlichen Umfangsmachzahlen lediglich zueinander verschoben sind. Die Korrektheit der im Abschnitt 5.3.1 hergeleiteten Zusammenhänge wird im Folgenden anhand einer normierten Darstellung der Amplitudenverläufe überprüft.



(a) unterschiedliche Eintrittsdrücke (*run-up09, 06, 16, 17*)



(b) unterschiedliche Gasgemische (*run-up43-47*)

Abbildung 5.3.: Vergleich der Druckschwankungen im Verdichter bei a) unterschiedlichen Eintrittsdrücken und b) unterschiedlichen Gasgemischen mittels 17EO-Diagramm des Drucksensors *p-S-DK2*

### Variation des Eintrittsdrucks

Abbildung 5.4 zeigt das normierte 17EO-Diagramm der Hochläufe *run-up09*, *06*, *16*, *17* sowie die relevanten dimensionslosen Kennziffern. Die Amplituden der Druckschwankungen sind über der Umfangsmachzahl  $M_u$  des Verdichters dargestellt. Die verschiedenen Hochläufe werden auf diese Weise jeweils bei gleicher Umfangsmachzahl verglichen. Die Amplituden der Druckschwankungen sind aufbauend auf Gleichung 5.8 mit Hilfe des Eintrittsdrucks und des Isentropenexponenten normiert. Ferner sind alle Graphen in Abbildung 5.4 auf den maximalen, dargestellten Wert im jeweiligen Diagramm bezogen.

Die Verläufe der Durchflussziffern sind nicht dargestellt, da die im Versuchsstand verwendeten Messblenden lediglich für eine normative Bestimmung des Massenstroms bei einem Druckniveau von ca. 20 bar (100% Stickstoff) ausgewählt worden sind. Bei kleineren Ansaugdrücken und den daraus resultierenden geringeren Massenströmen treten große Messfehler auf, die einen sinnvollen Vergleich der Durchflussziffern unmöglich machen. Jedoch ist der Volumenstrom bei konstanter Drosselklappenstellung und Verdichtereintrittstemperatur näherungsweise eine reine Funktion der Drehzahl, so dass die Volumenströme und damit die tatsächlichen Durchflussziffern der Hochläufe als nahezu konstant angenommen werden (im Gegensatz zu den fehlerhaften Messwerten).

Aus Abbildung 5.4e ist ersichtlich, dass die Dichteverhältnisse zwischen Verdichterein- und austritt für drei der vier Hochläufe (5,9 bar, 24,1 bar und 30,9 bar Ansaugdruck), trotz der unterschiedlichen Verläufe der Druckziffer und des polytropen Wirkungsgrads (siehe Abb. 5.4c und d), nahezu deckungsgleich sind. Basierend auf der Annahme nahezu gleicher Durchflussziffern und den beinahe identischen Dichteverhältnissen wird geschlussfolgert, dass für gleiche Umfangsmachzahlen Ähnlichkeit zwischen diesen drei Hochläufen herrscht. Ferner wird angenommen, dass sich die Quotienten aus der mittleren Dichte am Ort der Druckschwankung und der Dichte am Verdichtereintritt (siehe Gl. 5.8) ähnlich wie die in Abbildung 5.4e dargestellten Dichteverhältnisse verhalten und sich folglich für die drei Hochläufe nur marginal unterscheiden. In diesem Fall sind die Druckschwankungen für eine bestimmte Umfangsmachzahl direkt proportional zum Eintrittsdruck und dem Isentropenexponenten (siehe Gl. 5.8).

Dies wird durch die Verläufe in Abbildung 5.4a bestätigt. Obwohl die tatsächlichen Druckschwankungen in den vier Hochläufen um Größenordnungen voneinander verschieden sind, stimmen die normierten Amplitudenverläufe sehr gut überein. Lediglich der Hochlauf mit dem geringsten Ansaugdruck weicht stärker von den anderen Hochläufen ab. Ein möglicher Grund dafür ist, dass die Ähn-

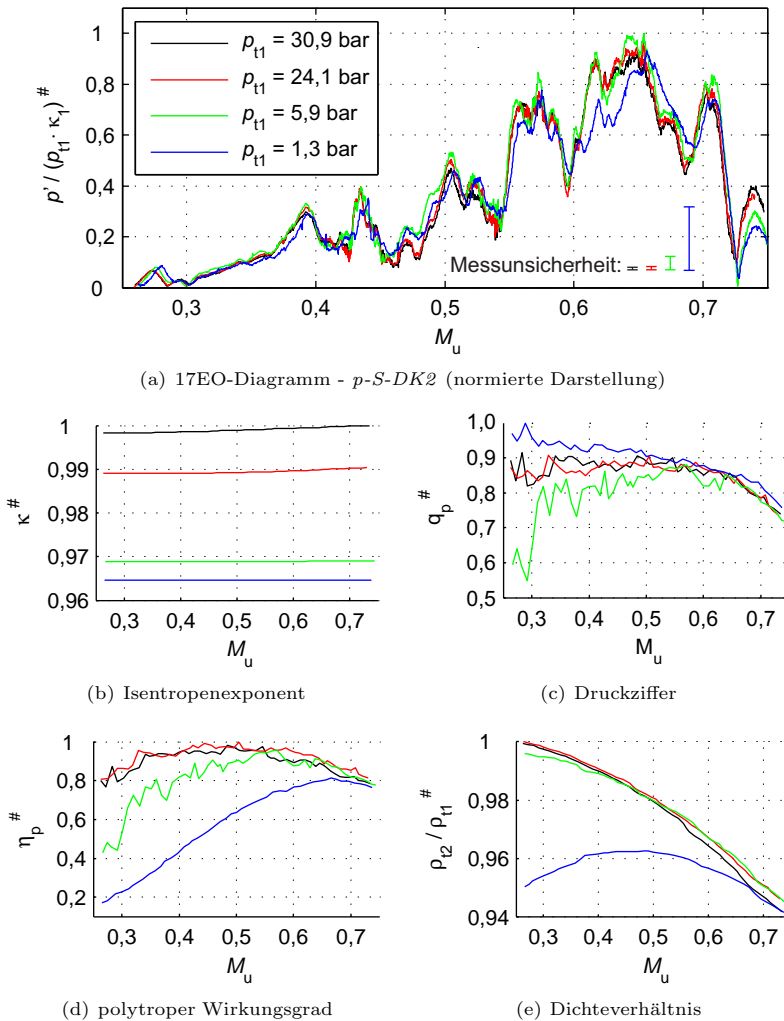


Abbildung 5.4.: a) Vergleich der normierten Druckschwankungen im Verdichter bei unterschiedlichen Ansaugdrücken (*run-up09, 06, 16, 17*) mittels 17EO-Diagramm des Drucksensors *p-S-DK2*; b)- e) Vergleich der relevanten dimensionslosen Kennziffern



lichkeit zwischen diesem und den übrigen drei Hochläufen nicht gegeben ist. Dies ist anhand des abweichenden Dichteverhältnisses zwischen Ein- und Austritt ersichtlich (siehe Abb. 5.4e). Ferner sind die Druckschwankungen im Verdichter bei einem Eintrittsdruck von 1,3 bar sehr niedrig, so dass Messfehler einen großen Einfluss besitzen (siehe dazu in Abb. 5.4a die Angabe zur Messunsicherheit).

Die Isentropenexponenten der Gasgemische der vier Hochläufe unterscheiden sich minimal. Aus diesem Grund ist der Einfluss auf die Druckschwankungen geringer als der Messfehler. Folglich führt eine alleinige Normierung der Druckamplituden mit Hilfe des Eintrittsdrucks ebenfalls zu einer guten Übereinstimmung der Verläufe.

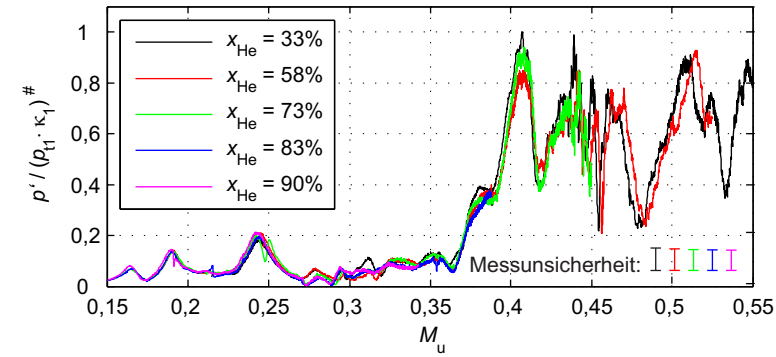
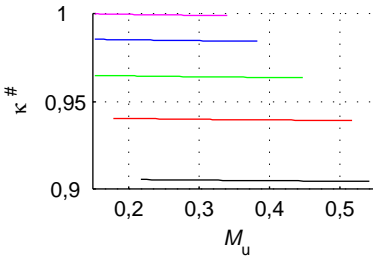
An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Schwankungen in den Verläufen der normierten Kennziffern der einzelnen Hochläufe daraus resultieren, dass die Hochläufe an der Schluckgrenze gelegen sind. Die Absolutwerte der Druckziffer und des Wirkungsgrads sind daher sehr niedrig, so dass geringe Schwankungen der zu Grunde liegenden Messgrößen zu großen Schwankungen in den graphischen Darstellungen der dimensionslosen Kennziffern führen. Bei Hochläufen in der Kennfeldmitte ist dies nicht der Fall (siehe Abb. 5.5b-e).

### Variation der Gaszusammensetzung

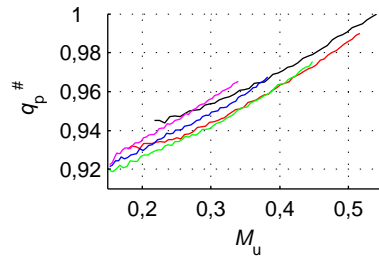
Abbildung 5.5 zeigt das 17EO-Diagramm der Hochläufe *run-up43-47* sowie die relevanten Kennziffern. Analog zu Abbildung 5.4 erfolgt die Darstellung der mittels Eintrittsdruck und Isentropenexponenten normierten Druckamplituden über der Machzahl. Die dargestellten Werte sind bzgl. der maximal vorkommenden Werte normiert.

Sowohl die Druckziffern als auch die polytropen Wirkungsgrade weichen voneinander ab (siehe 5.5c und d). Die Abweichungen gleichen sich jedoch im Hinblick auf die Dichteverhältnisse zwischen Ein- und Austritt gegenseitig aus, so dass letztere in guter Näherung übereinstimmen (siehe Abb. 5.5e).

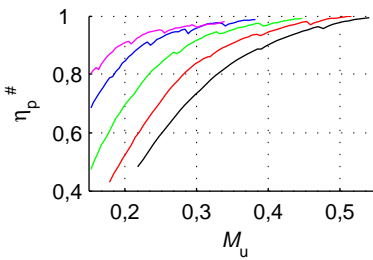
Die Verläufe der Durchflussziffern der Hochläufe *run-up43-47* sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Wie oben erwähnt, sind die Massenströme nicht normativ bestimmt und mit erheblichen Messfehlern behaftet. Da die Massenströme der Hochläufe *run-up43-47* bei konstanter Umfangsmachzahl jedoch lediglich um den Faktor zwei variieren, sind die Messfehler aller Hochläufe in der gleichen Größenordnung. Ein Vergleich der Durchflussziffern ohne Betrachtung der absoluten Werte ist daher trotz Messfehler sinnvoll. Die maximale, relative Abweichung der Durchflussziffern beträgt ca. 3%. Folglich besteht zwischen den fünf Hochläufen für eine bestimmte Umfangsmachzahl in guter Näherung Ähnlichkeit. Nach Glei-

(a) 17EO-Diagramm -  $p$ - $S$ - $DK2$  (normierte Darstellung)

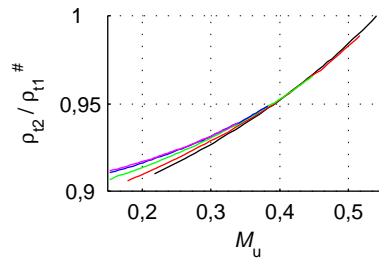
(b) Isentropenexponent



(c) Druckziffer



(d) polytropher Wirkungsgrad



(e) Dichteverhältnis

Abbildung 5.5.: a) Vergleich der normierten Druckschwankungen im Verdichter bei unterschiedlichen Gasgemischen (*run-up43-47*) mittels 17EO-Diagramm des Drucksensors  $p$ - $S$ - $DK2$ ; b)- e) Vergleich der relevanten dimensionslosen Kennziffern

chung 5.8 ist aus diesem Grund zu erwarten, dass die normierten Druckverläufe übereinstimmen.

Dies wird in Abbildung 5.5a bestätigt. Die normierten Druckverläufe liegen in guter Näherung übereinander. Angemerkt werden muss, dass der Einfluss des Isentropenexponenten erneut in der Größenordnung der Messunsicherheit liegt. Die Abhängigkeit der Druckschwankungen von diesem kann daher nicht mit abschließender Gewissheit experimentell bewiesen werden.

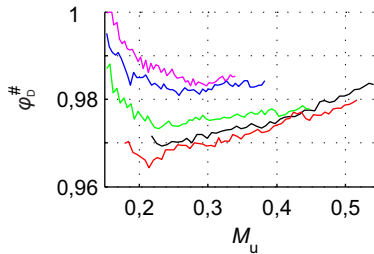


Abbildung 5.6.: Vergleich der Durchflussziffern der Hochläufe *run-up43-47*

Die theoretische Betrachtung der Einflussgrößen bzgl. der Druckschwankungen im Verdichter gilt zunächst für hydrodynamische Druckschwankungen und Außerachtlassung akustischer Phänomene. Die experimentelle Betrachtung zeigt jedoch, dass die Einflussgrößen ebenfalls für Peaks in den Verläufen der drehzahlharmonischen Druckanteile bestehen (siehe Abb. 5.4 und 5.5). Diese Peaks sind, wie in Kapitel 5.7 gezeigt wird, in akustischen Resonanzen begründet. Auf empirischem Wege zeigt sich, dass die Einflussgrößen nicht lediglich für hydrodynamische, sondern auch für akustische Druckschwankungen gelten. Wie später gezeigt wird, ist eine Trennung beider Druckschwankungsarten aus messtechnischer Sicht ohnehin nicht möglich.

Die Erkenntnisse aus der Betrachtung der Einflussgrößen bzgl. der Druckschwankungen im Verdichter können wie folgt zusammengefasst werden:

- Theoretisch und empirisch ermittelte Einflussgrößen bzgl. der Druckschwankungen im Verdichter stimmen überein. Dies bestätigt die theoretisch hergeleiteten Zusammenhänge.
- Die Druckschwankungen hängen unter der Annahme gleicher Strömungsbedingungen (gleiche Geschwindigkeitsdreiecke am Ein- und Austritt des

Laufgrades) und konstanter Umfangsmachzahl direkt vom Eintrittsdruck des Verdichters ab.

- Der Einfluss des Isentropenexponenten auf die Druckschwankungen kann aufgrund der Messunsicherheit nicht mit abschließender Gewissheit nachgewiesen werden.

## 5.4. Reproduzierbarkeit der Messergebnisse

In diesem Abschnitt wird die Reproduzierbarkeit der Messungen betrachtet. Nicht reproduzierbare Messergebnisse lassen auf stochastische Messfehler oder nicht berücksichtigte Einflussgrößen schließen. Sind Messergebnisse reproduzierbar, können umgekehrt Messfehler nicht ausgeschlossen werden, da systematische Fehler ebenfalls reproduzierbar sind. Relevante, stochastische Einflüsse können jedoch auf diesem Wege ausgeschlossen werden.

### Reproduzierbarkeit der Druckmessungen

Die Reproduzierbarkeit der Druckmessungen ist mit der experimentellen Betrachtung der Einflussgrößen in Kapitel 5.3 nachgewiesen. Eine Überführung gemessener Druckschwankungen (bei unterschiedlichen Randbedingungen) in eine normierte, sich überdeckende Darstellung ist nur möglich, wenn die Druckschwankungen im Verdichter reproduzierbar sind. An dieser Stelle sei jedoch angemerkt, dass die Reproduzierbarkeit der Signale von auf dem Rotor befindlichen Sensoren schlechter ist. Diese Tatsache folgt zum Teil direkt aus der größeren Messunsicherheit der Messketten *LE47* -> *Telemetrie* -> *OR38*.

Abbildung 5.7 zeigt zum Vergleich exemplarisch jeweils die Amplituden eines drehzahlharmonischen Anteils der Druckschwankungen bzgl. des Stator- und Rotorsystems. Beide Hochläufe (*run-up25* und *34*) verlaufen an der Schluckgrenze des Verdichters unter nahezu identischen Randbedingungen. Um geringe Unterschiede bzgl. der Randbedingungen zu berücksichtigen, ist die Darstellung in normierter Form gewählt. Das linke EO-Diagramm zeigt die mittels Drucksensor *p-R-DK1* erfasste Amplitude des drehzahlharmonischen Anteils  $f_{TS}^{*R} = 30$ . Im rechten Diagramm ist die Amplitude des Anteils  $f_{TS}^{*S} = 17$ , gemessen von dem Drucksensor *p-S-DK1*, dargestellt.

Die beiden bzgl. des Statorsystems gemessenen Amplitudenverläufe sind nahezu deckungsgleich. Die Messung ist im Rahmen der Messunsicherheit vollständig reproduzierbar.

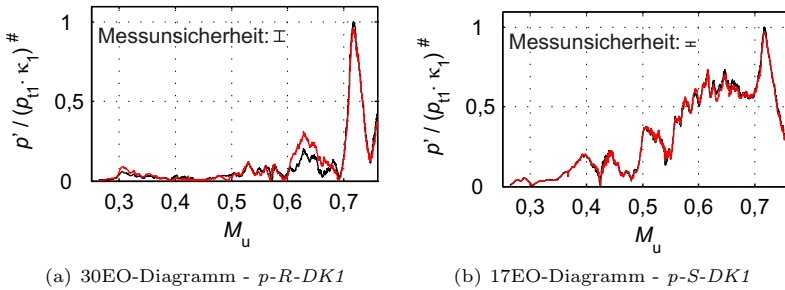


Abbildung 5.7.: Reproduzierbarkeit der Druckschwankungen a) gemessen im Rotorsystem b) gemessen im Statorsystem

Die Amplitudenverläufe bzgl. des Rotorsystems sind ebenfalls in guter Näherung reproduzierbar. Allerdings ist die Übereinstimmung beider Verläufe geringer. Die größeren Abweichungen resultieren aus den größeren Messunsicherheiten der auf dem Laufrad applizierten Sensoren (siehe Tab. 4.5). Diese sind in der Datenübertragung der Signale vom Rotor- ins Statorsystem begründet. Die Spannungsversorgung der Rotorsensoren erfolgt über die Telemetrie und ist geregelt. Geringe Schwankungen sind jedoch nicht vollständig auszuschließen und mögliche Ursache für eine schlechtere Reproduzierbarkeit. Eine weitere Ursache für leicht abweichende Verläufe ist der höhere Rauschanteil aufgrund der Signalübertragung in den Signalen der Rotorsensoren. Dieser Rauschanteil ermöglicht zum einen die Auflösung von Druckschwankungen mit geringen Amplituden, beeinflusst jedoch zum anderen die Genauigkeit (siehe Kap. 4.3). Da das Rauschen zufälligen Charakters ist, werden gemessene Druckschwankungen von Messung zu Messung unterschiedlich verfälscht, was eine geringe Abweichung von Druckmessungen bei gleichen Randbedingungen zur Folge hat.

Der in Abbildung 5.7a deutlich erkennbare Peak bei einer Umfangsmachzahl von ca. 0,72 ist in einer akustischen Resonanz begründet. Für Details zu diesem Thema wird auf Kapitel 5.7 verwiesen.

### Reproduzierbarkeit der Dehnungsmessungen

Im Folgenden wird die Reproduzierbarkeit der mittels DMS gemessenen Lauf- raddehnungen im Falle einer Resonanzanregung betrachtet. Die Hintergründe einer solchen Anregung werden in Kapitel 5.5.1 erläutert. Die Diagramme in

Abbildung 5.8 zeigen die Dehnungsamplituden aufgrund der erzwungenen Anregung des Laufrades mit der 30. bzw. 22. Drehzahlharmonischen für zwei verschiedene Hochläufe (*run-up* 26 und 27). Die zugrundeliegenden Daten sind mittels des Dehnungsmessstreifens *DMS2* gemessen worden. Beide Hochläufe verlaufen durch die Kennfeldmitte und finden unter nahezu gleichen Randbedingungen statt. Die Messunsicherheiten sind bezüglich der Dehnung zum Zeitpunkt der Resonanz angegeben. Bei Drehzahlen von ca. 8200 rpm (siehe Abb. 5.8a) bzw. 13800 rpm (siehe Abb. 5.8b) werden die Eigenmoden des Laufrades mit vier bzw. fünf Knotendurchmessern in Resonanz angeregt. Die gemessenen Dehnungen im Resonanzfall weichen um 5,7% bzw. 1,2% voneinander ab. Der relative Messfehler wird in Kapitel 4.2 mit  $< \pm 6\%$  angegeben. Folglich sind die Dehnungsamplituden im Rahmen der Messgenauigkeit reproduzierbar.

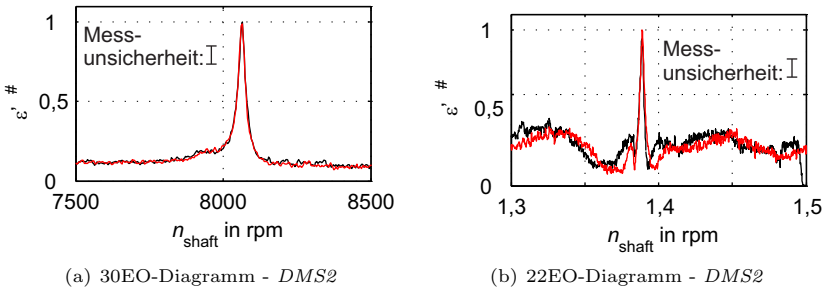


Abbildung 5.8.: Reproduzierbarkeit der Dehnungsamplituden im Fall einer Resonanz; Anregung der Struktureigenschwingungsform a)  $m_{st} = 4$  und b)  $m_{st} = 5$

## 5.5. Laufrad/Leitrad-Interaktion

Die Strömungsstruktur in Umfangsrichtung ist in einem Verdichter hochgradig ungleichmäßig. Schaufelreihen initiieren sowohl in stromauf- als auch stromabwärts liegender Richtung Strömungsungleichmäßigkeiten. Zum einen wirkt das durch Schaufeln erzeugte Potentialfeld in Form von Druckschwankungen auf stromaufwärts liegende Schaufelreihen. Zum anderen ist das Geschwindigkeitsfeld im Nachlauf einer Schaufelreihe nicht konstant. Aufgrund der Verdrängungs-

wirkung der einzelnen Schaufeln sowie Reibungseffekten an den Schaufeloberflächen entstehen im Nachlauf der Schaufeln Geschwindigkeitsdefekte, die als Nachlaufdelle bezeichnet werden. Selbst bei angenommener Potentialströmung entsteht ein schaufelgebundenes Kraft- bzw. Druckfeld, da der Druck über einem Schaufelkanal nicht konstant ist [115]. Das über dem Umfang nicht konstante Geschwindigkeitsfeld (bzw. Druckfeld) wirkt auf die stromabwärts liegenden Schaufeln.

### Interaktion des Laufrades mit einem Leitrad

Im Folgenden werden eine rotierende Schaufelreihe (Laufrad) sowie eine stationäre Schaufelreihe (Leitrad) betrachtet. Das Leitrad sei stromabwärts des Laufrades gelegen. Diese Annahme dient zur einfacheren Beschreibung. Für den umgekehrten Fall gelten analoge Überlegungen. Schon bei rein hydrodynamischer Betrachtung (bzw. unter Vernachlässigung akustischer Phänomene) interagieren das im Nachlauf des Laufrades befindliche Druckfeld und das Druckfeld, das stromaufwärts der Leitradschaufln existiert. Diese Interaktion wird als hydrodynamisch<sup>9</sup> bezeichnet und kann durch eine Amplitudenmodulation beider Druckmuster beschrieben werden. Mathematisch entspricht dies einer Multiplikation beider Druckmuster. Das durch die rotierenden Laufradschaufln initiierte Druckfeld lässt sich durch eine Überlagerung von Druckmustern der Form

$$p_j^S(\theta, t) = \cos \left[ j \cdot B \cdot (\theta - \omega_{\text{shaft}}^S \cdot t) \right] \quad (5.10)$$

beschreiben, wobei  $B$  die Anzahl der Laufradschaufln,  $\theta$  die Umfangsposition und  $\omega_{\text{shaft}}^S$  die Rotationsgeschwindigkeit des Laufrades bzw. der Welle sind. Die Variable  $j$  stellt einen harmonischen Index dar ( $j = 1, 2, 3, \dots$ ). Hochgestellte Indices geben das Bezugssystem an (S: Statorbezugssystem, R: Rotorbezugssystem). Im Folgenden wird die Drehzahl, die Rotationsgeschwindigkeit und die Frequenz des Rotors ausschließlich bzgl. des Statorsystems angegeben:  $n_{\text{shaft}}^S = n_{\text{shaft}}$ ,  $\omega_{\text{shaft}}^S = \omega_{\text{shaft}}$ ,  $f_{\text{shaft}}^S = f_{\text{shaft}}$ . Anschaulich beschreibt Gleichung 5.10 Druckmuster mit Anzahlen von Druckbäuchen, die der Anzahl der Laufradschaufln oder Vielfachen gleichen und sich mit der Geschwindigkeit des Laufrades fortbewegen. Das Druckfeld aufgrund des Leitrades kann durch eine Summe von Druckmustern der Form

$$p_k^S(\theta) = \cos(k \cdot V \cdot \theta) \quad (5.11)$$

<sup>9</sup>Der Ausdruck hydrodynamisch deutet an, dass die Kompressibilität des Mediums für diese Art der Interaktion nicht relevant ist. Damit ist nicht gemeint, dass diese Interaktion ausschließlich in inkompressiblen Medien auftritt.

beschrieben werden, wobei  $V$  die Anzahl der Leitradschaukeln und  $k = 1, 2, 3, \dots$  ein harmonischer Index ist. Da zunächst eine rein qualitative Betrachtung vorgenommen wird, sind die Amplituden der Druckfelder sowie der Gleichanteil nicht relevant. Aus diesem Grund werden die Gleichanteile vernachlässigt und die Amplituden gleich eins gesetzt. Des Weiteren beeinflussen die Phasenwinkel der Druckfelder die folgenden Betrachtungen nicht, so dass diese zu Gunsten einer kompakteren Darstellung vernachlässigt werden.

Nach obiger Beschreibung folgt aus der Multiplikation beider Druckverteilungen die aus der Interaktion resultierende Druckverteilung. Das Produkt der Gleichungen 5.10 und 5.11 ergibt sich nach einigen Umformungen und dem Gebrauch trigonometrischer Zusammenhänge zu

$$\begin{aligned} p_{mj}^S(\theta, t) &= \cos \left[ m_{TS} \left( \theta - \frac{j \cdot B}{m_{TS}} \cdot \omega_{\text{shaft}} \cdot t \right) \right], \text{ mit} & (5.12) \\ m_{TS} &= j \cdot B + k \cdot V, \\ j &= 0, 1, 2, 3, \dots \text{ und} \\ k &= \dots - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

Folglich besteht das aus der Interaktion resultierende Druckfeld aus einer Vielzahl von Druckmustern mit diskreten Anzahlen von Druckbäuchen  $m_{TS}$  (Umfangsordnung) und definierten Phasengeschwindigkeiten. Die Phasengeschwindigkeiten sind im Allgemeinen von der Rotationsgeschwindigkeit des Laufrades  $\omega_{\text{shaft}}$  verschieden und lassen sich aus Gleichung 5.12 ablesen zu

$$\omega_{TS,ph}^S = \frac{j \cdot B}{m_{TS}} \cdot \omega_{\text{shaft}}. \quad (5.13)$$

Die Anzahl der Druckbäuche  $m_{TS}$  der verschiedenen Druckmuster folgt direkt aus der Anzahl der Lauf- und Leitradschaukeln. Druckmuster mit einer negativen Phasengeschwindigkeit  $\omega_{TS,ph}^S$  bzw. einer negativen Umfangsordnung  $m_{TS}$  rotieren entgegen der Laufradrichtung. Druckmuster, die aus Gleichung 5.12 mit  $j = 0$  folgen, resultieren nicht aus der Interaktion des Laufrades mit den Statorschaukeln, sondern aus der reinen Potentialwirkung der Statorreihe. Diese Druckmuster sind ortsfest und rotieren nicht.



### Plausibilisierung mit Hilfe einer Strömungssimulation

Eine instationäre CFD<sup>10</sup>-Simulation des in dieser Arbeit betrachteten Versuchstands bestätigt die obigen Aussagen [83], [116]. Abbildung 5.9a zeigt eine Momentaufnahme der berechneten Druckverteilung auf der Radscheibe des Laufrades. Das nach Gleichung 5.12 fundamentale<sup>11</sup> Druckmuster mit sieben Druckbäuchen ( $m_{TS} = B - V_{Dif} = 17 - 10 = 7$ ) ist deutlich zu erkennen. Ferner belegt eine modale Zerlegung der Druckverteilung in Umfangsrichtung am äußeren Radius der Radscheibe, dass weitere nach Gleichung 5.12 berechenbare Druckmuster vorhanden sind (siehe Abb. 5.9b). Die Drehrichtung der Druckmuster wird dabei nicht berücksichtigt, so dass lediglich die Beträge der Modenordnungen betrachtet werden. Aus der modalen Zerlegung ist ersichtlich, dass die **berechneten** Druckschwankungen im Radseitenraum durch die Interaktion des Laufrades mit den Diffusorscheufeln dominiert werden. Druckmuster, die aus der Interaktion des Laufrades mit den Rückführschaufeln oder dem Eintrittsleitradapparat resultieren, sind in Abbildung 5.9b zu vernachlässigen.

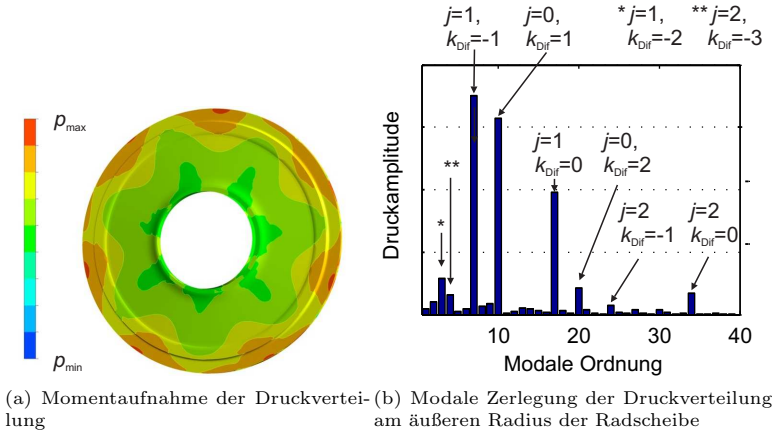


Abbildung 5.9.: Druckverteilung auf der Radscheibe [83]

<sup>10</sup> *Computational Fluid Dynamics*

<sup>11</sup> Das Druckmuster mit einer Anzahl an Druckbäuchen  $m_{TS} = B - V_{Dif}$  wird als fundamental bezeichnet. Aufgrund des geringen Abstands von Laufrad und Diffusor besitzt dieses Druckmuster die größte Amplitude.

### Überlagerung von akustischen und hydrodynamischen Druckschwankungen

Tyler und Sofrin [46] leiteten den Zusammenhang in Gleichung 5.12 bereits Anfang der Siebziger Jahre her. Die Art der Herleitung ist jedoch gänzlich anders. Tyler und Sofrin nahmen Druck- bzw. Schallquellen auf den Vorderkanten der Leitradschauflern an und überlagerten diese unter Berücksichtigung der durch die Anzahl der Lauf- und Leitradschauflern gegebenen Phasenbeziehungen. Physikalisch kann diese als akustisch bezeichnete Interaktion der Schaufelreihen wie folgt beschrieben werden: Das durch die Laufradschauflern erzeugte nicht konstante Geschwindigkeitsfeld trifft auf die Statorschauflern. Aufgrund der Rotation des Geschwindigkeitsfeldes wirkt auf die Statorschauflern eine instationäre Kraft. Instationäre auf Schaufeln wirkende Kräfte stellen Dipolschallquellen dar [14], [58]. Die Statorschauflern initiieren Druckschwankungen, deren Frequenzen denen der instationären Kräfte gleichen. Diese breiten sich sowohl stromauf- als auch stromabwärts aus und treffen zum Teil auf die Laufradschauflern. Dort werden diese sowohl reflektiert als auch absorbiert.

Analog wirkt das Potentialfeld der Statorschauflern auf die Laufradschauflern. Durch die Rotation des Laufrades erfahren diese einen zeitlich schwankenden Druck. Auf die Schaufeln wirkt somit ebenfalls eine instationäre Kraft. Analog zur obigen Beschreibung führt dies zu einer Schallerzeugung. Der initiierte Schall trifft zum Teil auf die Statorschauflern und wird dort reflektiert bzw. absorbiert. Laufradschauflern und Statorschauflern interagieren.

Messtechnisch sind hydrodynamische und akustische Interaktionen nicht streng voneinander trennbar. Aus beiden Interaktionsarten resultieren Druckmuster, die bzgl. Frequenz und Umfangsordnung identisch sind. Eine Abhandlung zu akustischen und hydrodynamischen Druckschwankungen (Schall bzw. Pseudoschall) ist von Költzsch [117] verfasst worden. Költzsch schreibt zum Thema *Messung von Wechseldrücken in einer instationären Strömung*:

» Der gemessene Druck beinhaltet alle Typen von Druckfeldern, die in dem betreffenden Strömungsbereich wirken, also die Druckschwankungen der turbulenten Strömung, die Nahfelddruckschwankungen akustischer Quellen und die durch diese unmittelbar in dem betrachteten Bereich erzeugten Schalldrücke. «

Die Druckmuster werden im Folgenden unabhängig ihrer Natur unter dem Begriff Tyler/Sofrin-Moden (TSM) zusammengefasst.

### Interaktion des Laufrades mit mehreren Leiträdern

Existieren, wie im vorliegenden Versuchsstand, drei Leiträder, ergeben sich die Umfangsordnungen der verschiedenen Druckmuster zu

$$\begin{aligned} m_{\text{TS}} &= j \cdot B + \sum_{i=1}^3 k_i \cdot V_i \\ k_i &= \dots - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (5.14)$$

wobei  $V_i$  die Schaufelzahlen der verschiedenen Leiträder sind [85]. Die Frequenz eines Druckmusters bzgl. des Statorbezugssystems folgt aus dem Produkt der jeweiligen Modenordnung  $m_{\text{TS}}$  und der Phasengeschwindigkeit  $\omega_{\text{TS,ph}}^{\text{S}}$  unter Zuhilfenahme der Gleichung 5.13 zu

$$f_{\text{TS}}^{\text{S}} = m_{\text{TS}} \cdot \frac{\omega_{\text{TS,ph}}^{\text{S}}}{2\pi} = j \cdot B \cdot \frac{\omega_{\text{shaft}}}{2\pi} = j \cdot B \cdot f_{\text{shaft}} \quad (5.15)$$

und ist unabhängig von der Modenordnung identisch zur Schaufelfrequenz oder einer Harmonischen dieser. Die Frequenz bzgl. des Rotorsystems berechnet sich aus der Differenz der Phasengeschwindigkeit des Druckmusters  $\omega_{\text{TS,ph}}^{\text{S}}$  und der Rotationsgeschwindigkeit des Laufrades  $\omega_{\text{shaft}}$  unter Berücksichtigung von Gleichung 5.15 zu

$$f_{\text{TS}}^{\text{R}} = \left| \left( \frac{\omega_{\text{TS,ph}}^{\text{S}} - \omega_{\text{shaft}}}{2\pi} \right) \cdot m_{\text{TS}} \right| = |(j \cdot B - m_{\text{TS}}) \cdot f_{\text{shaft}}|. \quad (5.16)$$

Wird der Ausdruck in Klammern negativ, folgen daraus negative Frequenzen. Da aus messtechnischer Sicht nicht zwischen positiven und negativen Frequenzen unterschieden werden kann, werden im Folgenden per Konvention die Beträge der Frequenzen betrachtet. Aus diesem Grund sind in Gleichung 5.16 (sowie in einigen folgenden Gleichungen) Betragsstriche eingeführt worden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird auf Betragsstriche bei den Frequenzvariablen verzichtet. Die Angabe der Drehrichtung des Druckmusters durch das Vorzeichen der Modenordnung bleibt bestehen.

Mit Hilfe von Gleichung 5.14 kann Gleichung 5.16 umgeformt werden zu

$$f_{\text{TS}}^{\text{R}} = \left| - \sum_{i=1}^3 k_i \cdot V_i \cdot f_{\text{shaft}} \right|. \quad (5.17)$$

Die Frequenzen bzgl. des Rotorsystems ergeben sich somit aus Linearkombina-

tionen der verschiedenen Leitschaufelzahlen. Im Allgemeinen wird angenommen, dass Integerwerte größer drei in der Praxis keine Relevanz besitzen [48].

Die durch die Druckmuster hervorgerufenen drehzahlharmonischen Anteile der Druckschwankung ergeben sich durch Einführung einer auf die Drehzahl bezogenen Frequenz. Diese folgt aus der Division der dimensionsbehafteten Frequenz und der Frequenz des Rotors  $f_{\text{shaft}}$  und wird mit einem hochgestellten Stern kenntlich gemacht:

$$f^* = \frac{f}{f_{\text{shaft}}}. \quad (5.18)$$

Mit Gleichung 5.18 folgen aus den Gleichungen 5.15 und 5.16 bzw. 5.17 die auf die Drehzahl bezogenen Frequenzen bzw. drehzahlharmonischen Anteile der TSM bzgl. des Stator- und Rotorbezugssystems zu

$$f_{\text{TS}}^{*\text{S}} = j \cdot B \quad (5.19)$$

und

$$f_{\text{TS}}^{*\text{R}} = |j \cdot B - m_{\text{TS}}| = \left| - \sum_{i=1}^3 k_i \cdot V_i \right|. \quad (5.20)$$

Aus der Gleichung 5.19 folgt, dass alle Druckmuster, die sich nach Gleichung 5.14 unter Annahme eines konstanten ersten Terms ergeben, gleiche Frequenzen bzgl. des Statorsystems besitzen (unabhängig von der Drehzahl). Analog folgt aus Gleichung 5.20, dass die Frequenzen aller Druckmuster, die sich nach Gleichung 5.14 unter Annahme eines konstanten zweiten Terms berechnen, bzgl. des Rotorsystems identisch sind. Die drehzahlharmonischen Anteile gemessener Druckschwankungen resultieren somit jeweils aus einer Überlagerung verschiedener Druckmuster. Folglich stellen die in EO-Diagrammen dargestellten Werte nicht die Amplitude eines einzelnen Druckmusters dar, sondern die Amplitude, die aus der Überlagerung mehrerer Druckmuster am Ort der Messung resultiert. Beispiel: Die Amplituden des Druckanteils mit Schaufelfrequenz, gemessen bzgl. des Statorsystems (Vergleiche u.a. Abbildung 5.3), repräsentieren die Summe aller Druckmuster, die sich nach Gleichung 5.14 mit  $j = 1$  berechnen. Auch wenn Harmonische der Leiträder größer der zweiten Ordnung vernachlässigt werden ( $|k_i| \leq 3$ ), existieren (bei rein mathematischer Betrachtung) Hunderte von Druckmustern mit gleicher Frequenz.

Die drehzahlharmonischen Anteile der Druckschwankungen bzgl. des Rotorsystems setzen sich aus einer deutlich geringeren Anzahl von Druckmustern zusammen. Werden wieder Harmonische größer der zweiten Ordnung vernachlässigt ( $j \leq 3$ ), stellt jeder drehzahlharmonische Anteil der Druckschwankungen die Summe dreier Druckmuster dar (siehe Gl. 5.14 mit  $k_i = \text{const.}$ ). Aus messtechnischer Sicht werden somit unabhängig vom Bezugssystem zu jeder Zeit Überlagerungen mehrerer Druckmuster gemessen. Eine Aussage über die Amplitude eines einzelnen Musters ist nicht möglich.

Eine Identifikation von akustischen Eigenmoden ist aufgrund der deutlich geringeren Anzahl der Druckmuster mit gleicher Frequenz lediglich mittels der Druckmessungen im Rotorsystem möglich (siehe Kap. 5.7).

### Experimentelle Validierung

Aus Gleichung 5.20 folgen unter Berücksichtigung der gegebenen Schaufelzahlen der verschiedenen Leiträder (siehe Tabelle 3.2) die drehzahlharmonischen Anteile der Druckschwankungen bzgl. des Rotorsystems für die gegebenen Versuchsstandparameter. Zur Evaluierung der aufgeführten Überlegungen zeigt Abbildung 5.10 exemplarisch die drehzahlharmonischen Anteile der Druckschwankungen in der Deckscheibenkavität bzgl. des Rotorsystems für zwei verschiedene Hochläufe. Die zugrundeliegenden Messdaten stammen vom Drucksensor *p-R-DK1*. Die Anteile sind jeweils über den gesamten Hochlauf gemittelt. Eintrittsdruck und -temperatur des Verdichters sowie die Gaszusammensetzung sind bei beiden Hochläufen nahezu identisch. Die Hochläufe unterscheiden sich lediglich durch die Stellung der Drosselklappe. Hochlauf *run-up34* verläuft an der Schluckgrenze, wohingegen Hochlauf *run-up12* in der Kennfeldmitte des Verdichters gelegen ist. Die drehzahlharmonischen Anteile sind auf den maximalen Wert des Hochlaufs an der Schluckgrenze bezogen. Dieser Wert wird als  $p'_{\text{ref}}$  deklariert. Die Darstellung erfolgt jeweils in doppelter Ausführung, um sowohl einen Gesamtüberblick als auch Detailinformation zu vermitteln.

Die drehzahlharmonischen Druckanteile des Hochlaufs *run-up34* sind in den Abbildungen 5.10a und b gezeigt. Die Anteile aufgrund der Interaktion von Laufrad- und Diffusorscheufeln bzw. aufgrund der Potentialwirkung der Diffusorscheufeln dominieren aufgrund des geringen Abstandes der Schaufelreihen die Druckschwankungen ( $f^{*R} = k_{\text{Dif}} \cdot V_{\text{Dif}} = 10, 20, 30 \dots$ ). Mit steigender Ordnung der betrachteten Harmonischen nehmen die Amplituden näherungsweise exponentiell ab. Drehzahlharmonische Anteile, die sich aus Integerwerten größer vier ergeben ( $k_{\text{Dif}} > 4$ ), sind nahezu nicht vorhanden. Neben den dominanten Komponen-

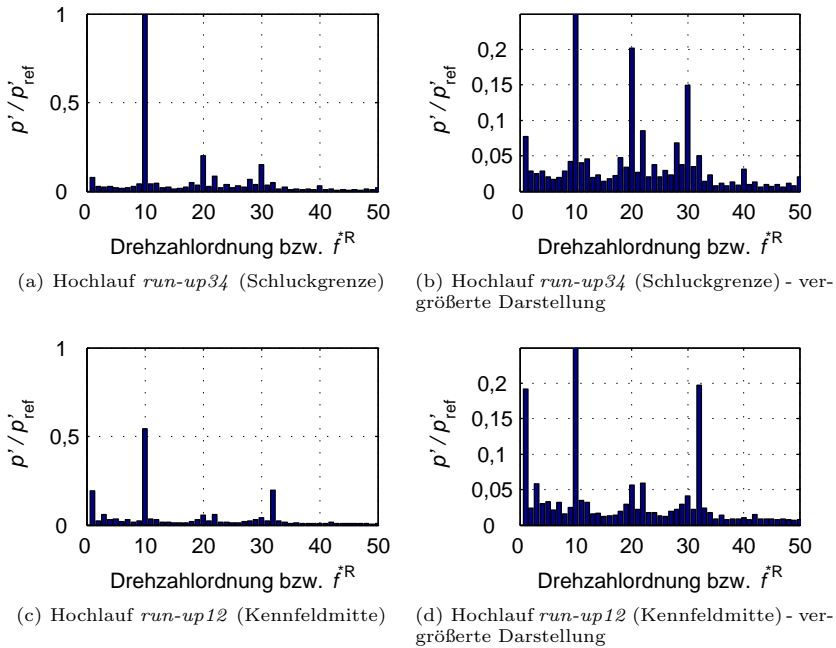


Abbildung 5.10.: Gemittelte, drehzahlharmonische Anteile der Druckschwankung bzgl. des Rotorsystems für zwei verschiedene Hochläufe

ten aufgrund der Laufrad/Diffusor-Interaktion sind weitere Anteile zu erkennen. Diese sind in der vergrößerten Darstellung in Abbildung 5.10b deutlich sichtbar und berechnen sich zu einem großen Teil aus Linearkombination der Leitschaufelzahlen (z.B.:  $f_{\text{TS}}^{*\text{R}} = 22$  mit  $k_{\text{ELA}} = 0$ ,  $k_{\text{Dif}} = 0$ ,  $k_{\text{RFB}} = 1$ ;  $f_{\text{TS}}^{*\text{R}} = 18$  mit  $k_{\text{ELA}} = 1$ ,  $k_{\text{Dif}} = 0$ ,  $k_{\text{RFB}} = 0$ ;  $f_{\text{TS}}^{*\text{R}} = 32$  mit  $k_{\text{ELA}} = 0$ ,  $k_{\text{Dif}} = 1$ ,  $k_{\text{RFB}} = 1$ ;  $f_{\text{TS}}^{*\text{R}} = 28$  mit  $k_{\text{ELA}} = 1$ ,  $k_{\text{Dif}} = 1$ ,  $k_{\text{RFB}} = 0$  ...). Der Grund für die deutliche Detektion des 22er-Anteils, trotz der großen Entfernung zwischen Laufrad und Rückführschaufeln, ist Thema des Kapitels 5.5.3. Anteile, die sich für  $k_{\text{ELA}} > 1$  bzw.  $k_{\text{RFB}} > 1$  ergeben, sind nicht bzw. marginal vorhanden. Des Weiteren sind ungerade Drehzahlharmonische im Allgemeinen weniger vorhanden, da Linearkombinationen aus den geraden Schaufelzahlen der Leiträder ebenfalls gerade sind. Unsymmetrien u.a. hervorgerufen durch geringe Unwuchten des Rotors

oder das Einlaufgehäuse des Verdichters sind mögliche Gründe dafür, dass diese dennoch in geringen Maßen vorhanden sind. Ungeachtet dessen bestätigen die Abbildungen 5.10a und b die Gleichung 5.16.

In den Abbildungen 5.10c und d ist analog die Zerlegung der Druckschwankungen für den Hochlauf *run-up12* dargestellt. Die Druckschwankungen sind im Allgemeinen deutlich geringer als an der Schluckgrenze. Die Amplitude des dominanten Anteils  $f_{TS}^{*R} = 10$  beträgt lediglich ca. 50% der Amplitude an der Schluckgrenze. Höhere Harmonische verschwinden nahezu vollständig. Das Amplitudenspektrum wirkt deutlich „aufgeräumter“. Der Grund für die höheren Druckschwankungen an der Schluckgrenze sind die Fehlanströmungen der Lauf- und Leitradprofile. Dies führt zu einer „Vergrößerung“ der Nachlaufdellen und einer daraus resultierenden stärkeren Interaktion der Schaufelreihen.

Entgegen des Trends ist der Anteil  $f_{TS}^{*R} = 32$  um den Faktor vier angestiegen und besitzt nahezu die gleiche Größenordnung wie der dominante Anteil  $f_{TS}^{*R} = 10$ . Grund hierfür ist eine akustische Resonanz, die lediglich bei Hochläufen in der Kennfeldmitte im Drehzahlregelbereich des Verdichters gelegen ist. Für Details wird auf Kapitel 5.7 verwiesen.

### Zusammenfassung

Die Erkenntnisse dieses Kapitels können wie folgt zusammengefasst werden:

- Aufgrund der Interaktion der Lauf- und Leitrad-schaukeln rotieren Druckmuster im Verdichter. Die Modenordnungen der Druckmuster resultieren aus den Schaufelzahlen des Laufrades und der Leiträder. Die Umfangsgeschwindigkeiten der Druckmuster sind im Allgemeinen von der Rotationsgeschwindigkeit des Laufrades verschieden.
- Die Druckmuster stellen eine Überlagerung von akustischen und hydrodynamischen Druckschwankungen dar. Akustische und hydrodynamische Druckschwankungen sind messtechnisch nicht zu unterscheiden.
- Bezüglich des Statorsystems besitzen alle Druckmuster die Schaufelfrequenz bzw. Harmonische dieser.
- Bezüglich des Rotorsystems ergeben sich die Frequenzen der Druckmuster aus Linearkombinationen der Schaufelzahlen der verschiedenen Leiträder. Eine Aussage über die Amplitude eines einzelnen Druckmusters kann somit weder mittels Druckmessungen im Rotor- noch im Statorsystem erfolgen. Messtechnisch wird immer eine Summe von Druckmustern erfasst.

- Die Zerlegung gemessener Druckschwankungen bzgl. des Rotorsystems in die harmonischen Anteile bestätigt, dass die verschiedenen Anteile sich aus Linearkombinationen der Statorschaufelzahlen ergeben. Die Anteile aufgrund der Interaktion des Laufrades mit den Diffusorscheufeln dominieren die Druckschwankungen. Druckschwankungen aufgrund vom Laufrad weit entfernter Schaufelreihen sind jedoch nicht zu vernachlässigen und detektierbar.
- Drehzahlharmonische Anteile der Druckschwankungen, die sich nach Gleichung 5.20 für harmonische Indices  $k_{\text{ELA}} > 1$  bzw.  $k_{\text{RFB}} > 1$  sowie  $k_{\text{DIF}} > 4$  ergeben, sind nicht bzw. mit marginalen Amplituden vorhanden. Diese Aussage gilt allerdings nur für die mittleren Druckschwankungen. Wie in Kapitel 5.7 gezeigt wird, werden im Falle einer akustischen Resonanz auch Druckschwankungen aufgrund der höheren Harmonischen der entfernten Leiträder detektiert.
- Die Druckschwankungen sind an der Schluckgrenze größer als in der Kennfeldmitte. Dies resultiert aus der Fehlanströmung der Schaufelprofile und den dadurch hervorgerufenen größeren Nachlaufdellen.

### 5.5.1. Anregung der Laufradstruktur

Rotierende Druckmuster (TSM) im Verdichter regen das Laufrad zu erzwungenen Schwingungen an. Wie in Abschnitt 2.4 beschrieben (und in Kapitel 3.3 mittels FEA bestätigt), erfolgt eine effektive Energieübertragung zwischen Fluid und Laufrad, wenn Druckmuster und Eigenschwingungsform die gleiche Modenordnung besitzen bzw. wenn die Modenordnung des Druckmusters in der modalen Zerlegung der Laufradeigenschwingungsform vorhanden ist. Dieser Aussage liegt die Annahme zugrunde, dass die Anregung durch die aus den Druckschwankungen auf Rad- und Deckscheibe resultierende Kraft erfolgt (siehe Kapitel 2.4).

Unter der Annahme, dass das Laufrad zu Beginn der Interaktion nicht schwingt, führt (im Falle der Formgleichheit von Druckmuster und Strukturmode) das Fluid dem Laufrad Energie zu. Entspricht des Weiteren die anregende Frequenz  $f_{\text{TS}}^{\text{R}}$  einer zur Modenordnung zugehörigen Eigenfrequenz des Laufrades  $f_{\text{st}}$ , wird



das Laufrad in Resonanz angeregt<sup>12</sup>. Die Resonanzbedingungen können, wie folgt, zusammenfassend formuliert werden:

$$\text{a) Frequenzgleichheit: } f_{\text{st}} = f_{\text{TS}}^{\text{R}}, \quad (5.21)$$

$$\text{b) Formgleichheit: } m_{\text{st}} = m_{\text{TS}}. \quad (5.22)$$

### Prognostizierte Resonanzstellen

In Tabelle 5.1 sind exemplarisch für die vorliegenden Versuchsstandparameter Resonanzstellen im Drehzahlregelbereich des Verdichters aufgeführt. Die Eigenschwingungsformen werden analog zu den in Kapitel 3.2 eingeführten Konventionen nach der jeweiligen Hauptkomponente bzgl. der Modenordnung bezeichnet. Die Tabelle wird anhand der ersten Zeile erklärt: Aus der Interaktion des Laufrades mit den Diffusorscheufeln ( $k_{\text{RFS}} = 0$ ,  $k_{\text{ELA}} = 0$ ) resultiert nach Gleichung 5.14 mit  $j = 1$  und  $k_{\text{Dif}} = -2$  ein Druckmuster mit drei Druckbäuchen, welches entgegen der Laufradrichtung rotiert. Die dimensionslose Frequenz des Musters bzgl. des Rotorsystems folgt aus Gleichung 5.20 zu  $f_{\text{TS}}^{\text{R}} = |k_{\text{Dif}} \cdot V_{\text{Dif}}| = 20$ . Die Eigenfrequenz einer Laufradeigenschwingungsform, deren Modenordnung der des TSMs gleicht, beträgt 2771 Hz. Die zur Eigenfrequenz zugehörige Eigenschwingungsform besitzt keine in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien ( $n_{\text{st}} = 0$ ). Die Eigenfrequenz der Struktur basiert auf der experimentellen Modalanalyse.

$m_{\text{TS}}$	$m_{\text{st}}$	$n_{\text{st}}$	$j$	$k_{\text{Dif}}$	$k_{\text{RFS}}$	$k_{\text{ELA}}$	$f_{\text{TS}}^{\text{R}}$	$f_{\text{st}}$ in Hz	$n_{\text{shaft,res}}$ in rpm
-3	3	0	1	-2	0	0	20	2771	8313
4	4	0	2	-3	0	0	30	3987	7974
2	2	1	2	-1	-1	0	32	6743	12643
-8	8	0	2	-2	-1	0	42	9738	13911
-5	5	0	1	0	-1	0	22	5034	13729
6	6	0	2	-1	0	-1	28	5992	12840
-6	6	0	2	-4	0	0	40	5992	8988

Tabelle 5.1.: Anregung der Laufradstruktur durch TSM: Exemplarisch aufgeführte Resonanzstellen

<sup>12</sup>Eigenfrequenzen des Laufrades werden immer bzgl. des Rotorsystems angegeben ( $f_{\text{st}}^{\text{R}} = f_{\text{st}}$ ).

Aus der Frequenz des TSMs und der Struktureigenfrequenz folgt die Drehzahl, bei der das Laufrad in Resonanz angeregt wird (Resonanzdrehzahl):

$$n_{\text{shaft, res}} = 60 \cdot \frac{f_{\text{st}}}{f_{\text{TS}}^{\text{R}}} = 8313 \text{ rpm.} \quad (5.23)$$

Die ersten beiden in Tabelle 5.1 aufgeführten Resonanzen (Zeile 1 und 2) resultieren aus der Interaktion von Laufrad- und Diffusorscheaufeln, die übrigen aus der Interaktion des Laufrades mit den Rückführschaufeln oder zwei verschiedenen Leiträdern.

Eine Anregung des Laufrades durch das Potentialfeld der Diffusorscheaufeln erfolgt für die gegebenen Versuchsparmeter bei Drehzahlen (bezeichnet als kritische Drehzahlen - siehe Kap. 2.7) weit oberhalb der maximalen Drehzahl des Verdichters: Bei gegebener Diffusorscheaufelzahl  $V_{\text{Dif}}$  ist Resonanzbedingung b) erfüllt, wenn

$$m_{\text{st}} = k_{\text{Dif}} \cdot V_{\text{Dif}}.$$

Die Anregungsfrequenzen folgen aus Gleichung 5.20 zu

$$f_{\text{TS}}^{\text{R}} = |k_{\text{Dif}}| \cdot V_{\text{Dif}} \cdot f_{\text{shaft}}$$

und sind im gesamten Drehzahlregelbereich deutlich geringer als die aufgrund der hohen Modenordnungen hochfrequenten Struktureigenfrequenzen. Beispiel: Resonanzbedingung b) ist für einen Strukturmode mit der Modenordnung  $m_{\text{st}} = 10$  erfüllt ( $k_{\text{Dif}} = 1$ ). Die Eigenfrequenz dieses Modes beträgt ca. 10400 Hz. Die Anregungsfrequenz folgt nach Gleichung 5.20 zu  $f_{\text{TS}}^{\text{R}} = 10$ . Die Resonanzdrehzahl berechnet sich nach Gleichung 5.23 zu 62400 rpm und liegt somit deutlich außerhalb des Drehzahlregelbereichs des Verdichters.

Des Weiteren findet keine Resonanz des Laufrades durch den fundamentalen TSM mit  $m_{\text{TS}} = 7$  im Drehzahlregelbereich des Verdichters statt: Die Eigenfrequenz der Struktureigenschwingungsform  $m_{\text{st}} = 7$  beträgt 6860 Hz. Die Anregungsfrequenz berechnet sich nach Gleichung 5.20 erneut zu  $f_{\text{TS}}^{\text{R}} = 10$ . Die Resonanzdrehzahl folgt mittels Gleichung 5.23 zu 41160 rpm.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Vorstellung, dass ein einziges Druckmuster im Falle der Resonanz die Struktur anregt, nicht korrekt ist. Die Laufradschaufelzahl beeinflusst sowohl die Formen der im Verdichter rotierenden Druckmuster als auch der Struktureigenschwingungen.

Die Abhängigkeit der Modenordnungen der Druckmuster von der Schaufelzahl des Laufrades ist mit Gleichung 5.14 beschrieben. In Kapitel 5.5 wird bereits erklärt, dass diverse Druckmuster bzgl. des Rotorbezugssystems die gleiche Frequenz besitzen. Nach Gleichung 5.14 unterscheiden sich die Modenordnungen dieser Druckmuster um die Laufradschaufelzahl  $B$  bzw. Vielfache dieser (der zweite Term in Gleichung 5.14 ist für definierte Frequenzen bzgl. des Rotorsystems konstant).

Der Einfluss der Laufradschaufelzahl auf die Eigenschwingungsformen des Laufrades ist in Kapitel 3.2 anhand der modalen Zerlegung von Struktureigenmoden belegt. Die verschiedenen modalen Komponenten einer Eigenschwingungsform hängen ebenfalls von der Schaufelzahl des Laufrades ab und sind unter anderem um  $j \cdot B$  voneinander verschieden (siehe Gleichung 3.2 bzw. Abbildung 3.4).

Folglich unterscheiden sich sowohl die Modenordnungen der Druckmuster mit gleicher Frequenz  $f_{\text{TS}}^{\text{R}}$  als auch die Komponenten der Eigenschwingungsformen des Laufrades um die Laufradschaufelzahl und Vielfache dieser. Im Falle einer Resonanz regen somit zeitgleich mehrere Druckmuster die Laufradstruktur an, bzw. dämpfen diese. Da die Druckmuster messtechnisch nicht unterschieden werden, ist ein Aussage darüber, welche Muster dämpfend bzw. anregend wirken, nicht möglich. Beispiel: Werden die harmonischen Indices der Leiträder mit  $k_{\text{Dif}} = k_{\text{ELA}} = 0$  und  $k_{\text{RFB}} = -1$  gewählt, folgen nach Gleichung 5.14 Druckmuster mit den Modenordnungen  $m_{\text{TS}} = -5, 12, 29$  usw., die nach Gleichung 5.20 alle die Frequenz  $f_{\text{TS}}^{\text{R}} = 22$  besitzen. Da alle Modenordnungen modalen Komponenten der Eigenschwingungsform  $m_{\text{st}} = 5$  des Laufrades entsprechen (siehe Abb. 3.4), sind im Falle der Frequenzgleichheit für alle Druckmuster die Resonanzbedingungen erfüllt.

### Experimentelle Validierung

Abbildung 5.11 zeigt zu den ersten vier in Tabelle 5.1 aufgeführten Beispielen die experimentell ermittelten Resonanzen. Die Wasserfalldiagramme beinhalten die mittels *DMS2* erfassten Dehnungsamplituden des Laufrades. Die zugrunde liegenden Daten stammen von einem Hochlauf an der Schluckgrenze (*run-up06*). Der Eintrittsdruck beträgt 24 bar. Die dargestellten Drehzahlbereiche umfassen jeweils 2000 rpm, wobei die Bereiche so gewählt sind, dass die Resonanzdrehzahl mittig liegt. Die Frequenzbereiche umfassen 1000 Hz. Die Dehnungsamplituden sind auf die maximale Dehnungsamplitude der Laufradeigenschwingungsform  $m_{\text{st}} = 3$  normiert. Dieser Wert ist mit  $\epsilon'_{\text{ref}}$  bezeichnet. Die in den Diagrammen schräg verlaufenden Linien stellen erzwungene Anregungen des Laufrades durch

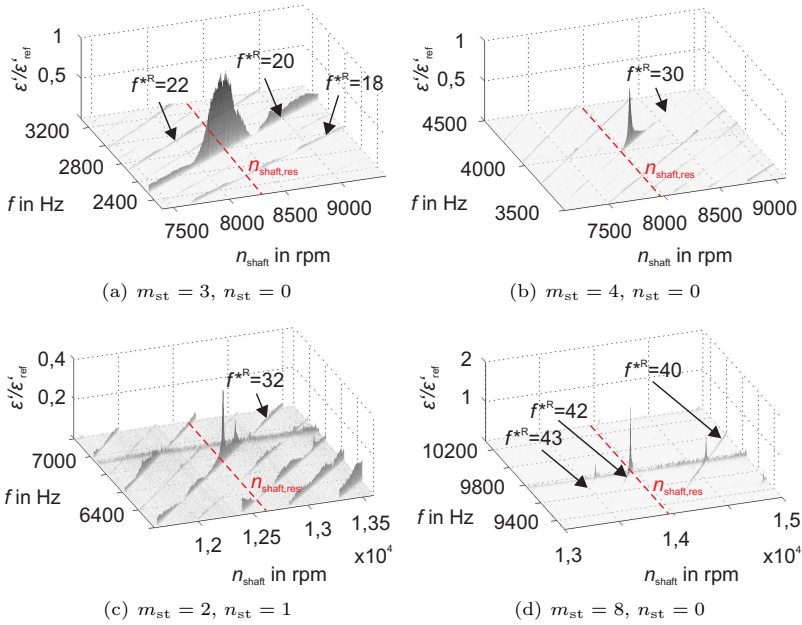


Abbildung 5.11.: Detektierte Dehnungsamplituden im Resonanzfall für verschiedene Laufradeigenschwungsformen dargestellt in Wasserfall-diagrammen

drehzahlharmonische Druckschwankungen, den TSM, dar. Linien, die bei einer konstanten Frequenz verlaufen, repräsentieren Eigenfrequenzen des Laufrades, wobei einige Eigenfrequenzen über den gesamten dargestellten Drehzahlbereich (z.B. in Abb. 5.11c bei ca. 6900 Hz) und andere nur im Falle der Resonanz erkennbar sind (z.B. in Abb. 5.11b). Ferner sind die in Tabelle 5.1 aufgeführten berechneten Resonanzdrehzahlen in Form roter Linien eingetragen.

Wie aus Diagramm 5.11a ersichtlich, stimmt die vorhergesagte Resonanzdrehzahl der Struktureigenschwungsform  $m_{st} = 3$  mit der experimentell ermittelten nahezu exakt überein. Der experimentell ermittelte Wert weicht um 0,5% vom vorhergesagten Wert ab. Eine Anregung der Struktur erfolgt lediglich mit der 20. Drehzahlharmonischen. Dies bestätigt die Aussage, dass beide Resonanz-

bedingungen erfüllt sein müssen (siehe Gl. 5.21 und 5.22): Die anderen drehzahlharmonischen Anteile wie z.B.  $f^{*R} = 18$  oder  $f^{*R} = 22$  resultieren nach Gleichung 5.14 aus Druckmustern mit Modenordnungen ungleich drei, so dass die zweite Resonanzbedingung nicht erfüllt ist. Die Gleichheit von anregender Frequenz und Eigenfrequenz ist nicht ausreichend. Im Vergleich zu den Resonanzpeaks in den Abbildungen 5.11b bis d ist der zur Eigenschwingungsform mit drei Knotendurchmessern zugehörige Peak deutlich breiter. Folglich ist die Eigenschwingungsform nach Abbildung 3.3 und Gleichung 3.1 deutlich stärker gedämpft als die übrigen drei angeregten Eigenmoden des Laufrades. Dies überrascht, da die Dämpfungen bei Umgebungsdruck der Eigenschwingungsformen mit drei bzw. vier Knotendurchmessern gleiche Größenordnungen besitzen (vergleiche Tab. 3.3). Warum die Dämpfungen beider Eigenmoden sich während des Verdichterbetriebs um eine Größenordnung unterscheiden, konnte im Rahmen der Untersuchungen nicht beantwortet werden. Die Dämpfung der Eigenmoden durch das umgebende Fluid (aerodynamische Dämpfung) wird in Kapitel 5.5.4 thematisiert.

In Abbildung 5.11b ist die Resonanz des Eigenmodes  $m_{st} = 4$  gezeigt. Die experimentell bestimmte Resonanzdrehzahl ist um 1,3% größer als die berechnete und stimmt somit gut mit der Vorhersage überein. Eine Anregung der Eigenschwingungsform mit Drehzahlharmonischen ungleich 30 findet nicht statt, was erneut die Resonanzbedingung der Formgleichheit bestätigt.

Wie oben beschrieben, ist der Resonanzpeak deutlich schmaler als der in Abbildung 5.11a abgebildete. Trotz der daraus ersichtlichen geringeren Dämpfung sind die detektierten Dehnungsamplituden für beide Resonanzen nahezu gleich. Aus Gleichung 2.7 geht hervor, dass im Falle der Resonanz des Eigenmodes  $m_{st} = 3$  die Anregung größer sein muss, um trotz höherer Dämpfung gleiche Dehnungsamplituden hervorzurufen. Dies stimmt mit der im vorherigen Kapitel erlangten Erkenntnis überein: In beiden Fällen resultieren die anregenden Druckmuster aus der Interaktion des Laufrades und der Diffusorscheufeln. Das Druckmuster  $m_{TS} = 4$  ergibt sich jedoch unter Zuhilfenahme höherer harmonischer Indices ( $j = 2$ ,  $k_{Dif} = -3$ ) als das Druckmuster  $m_{TS} = -3$  ( $j = 1$ ,  $k_{Dif} = -2$ ). Wie zuvor gezeigt wurde, nehmen die drehzahlharmonischen Anteile der Druckschwankungen und somit das Anregungspotential mit steigenden Indices ab (siehe Abb. 5.10).

Ein Vergleich der Dehnungsamplituden zweier Resonanzen ist allerdings nur begrenzt sinnvoll. Je nach angeregter Eigenschwingungsform können die Dehnun-

gen im Messort von den maximalen Dehnungen mehr oder minder abweichen. Lediglich wenn die angeregten Eigenschwingungsformen rotieren, können mittels der HRA die maximalen Bauteildehnungen abgeschätzt und verglichen werden. Im Falle feststehender Knotenlinien sind die gemessenen Dehnungen keine Funktion der relativen Position der DMS bzgl. der Schaufeln (welche bei der Betrachtung eines DMS gleich ist), sondern eine Funktion der Umfangsposition und der Eigenschwingungsform. Da die Lagen der Knotendurchmesser unterschiedlicher Eigenmoden verschieden sind, kann auch unter Zuhilfenahme der *Harmonic Response* Rechnungen kein sinnvoller Vergleich der Resonanzamplituden vorgenommen werden. Ob sich im Fall der verschiedenen Resonanzen rotierende oder bzgl. des Rotorsystems ortsfeste Eigenmoden ausbilden, wird in Kapitel 5.5.2 untersucht.

Abbildung 5.11c zeigt zwei Resonanzstellen. In beiden Fällen erfolgt die Anregung des Laufrades durch die 32. Drehzahlharmonische. Ferner stimmen beide Resonanzdrehzahlen in guter Näherung mit der berechneten Drehzahl überein. Die Abweichungen betragen 1,2% bzw.  $-0,3\%$ . Eine Zuordnung, welcher Peak in der Resonanz des in Tabelle 5.1 aufgeführten Eigenmodes mit  $m_{\text{st}} = 2$  und  $n_{\text{st}} = 1$  begründet ist, kann nicht erfolgen. Unabhängig davon wird bestätigt, dass die Vorhersage korrekt ist. Eine relevante Anregung durch andere Drehzahlharmonische findet nicht statt. Die Dehnungsamplituden sind deutlich geringer als der Referenzwert. Aufgrund der an die geringen Amplituden angepassten Skalierung des Wasserfalldiagramms erscheinen alle dargestellten erzwungenen Schwingungen deutlicher als in den übrigen Diagrammen. Die absoluten Amplituden sind jedoch in der gleichen Größenordnung wie die in den Abbildungen 5.11a, b und d dargestellten. Die Anregung erfolgt durch ein Druckmuster, das durch die Interaktion des Laufrades mit der Diffusor- und Rückführbeschaufelung existiert (siehe Tab. 5.1, dritte Zeile).

Anhand dieses Beispiels ist gezeigt, dass auch weit entfernte Leitgitter bzgl. der Laufradanregung relevant sind. Dies bestätigen die in Kapitel 2.7 aufgeführten Aussagen von Joppa [61] und Richards et al. [75]. Des Weiteren ist gezeigt, dass eine Anregung unabhängig von der Anzahl von in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien erfolgt. Die Effektivität der Anregung wird jedoch für Eigenmoden mit  $n_{\text{st}} > 0$  geringer erwartet, was neben einer geringeren Anregungsstärke eine Erklärung für die geringeren Dehnungsamplituden sein könnte.

In Kapitel 5.5.3 wird auf die Interaktion des Laufrades mit entfernten Leiträdern eingegangen.

Abbildung 5.11d zeigt die Resonanz des Eigenmodes mit acht Knotendurchmessern. Die Anregung erfolgt mit der 42. Drehzahlharmonischen. Experimentell und rechnerisch bestimmte Resonanzdrehzahlen stimmen nahezu exakt überein. Die relative Abweichung beträgt 0,1%. Obwohl das Druckmuster aus einer Interaktion von Laufrad-, Diffusor- und Rückführschaufeln resultiert, sind die Dehnungsamplituden größer als in den übrigen betrachteten Fällen. Die geringe Dämpfung des Eigenmodes ist Grund für die hohen Amplituden und führt zu einem nahezu diskreten Peak im Wasserfalldiagramm. Neben der Anregung mit der 42. Drehzahlharmonischen sind Resonanzen mit der 40. und 43. Drehzahlharmonischen erkennbar. Wie in Kapitel 3.2 beschrieben bzw. in Abbildung 3.4 dargestellt, nehmen die modalen NebenkompONENTEN der Eigenschwingungsformen schon bei perfekt angenommenem Laufrad mit steigender Modenordnung zu. Ferner werden diese durch die in der Praxis vorhandene Nicht-Perfektion des Laufrades größer [7]. Dies führt dazu, dass die Eigenschwingungsform mit acht Knotendurchmessern auch durch Druckmuster, deren Modenordnung von acht verschieden ist, in Resonanz angeregt wird.

Die geringen Abweichungen zwischen berechneten und experimentell ermittelten Resonanzdrehzahlen sind durch verschiedene Effekte begründet. Aufgrund der bei Rotation wirkenden Fliehkraft versteift sich das Laufrad, was zu einer Steigerung der Eigenfrequenzen im Vergleich zum ruhenden Laufrad führt. Durch die im Vergleich zur Umgebungstemperatur erhöhte Temperatur im Verdichter steigt die Elastizität des Laufrades. Folglich sinken die Eigenfrequenzen mit steigender Temperatur. Des Weiteren werden zur Berechnung der Resonanzdrehzahlen die Eigenfrequenzen des Laufrades genutzt, die bei atmosphärischen Bedingungen im nicht eingebauten Zustand bestimmt worden sind. Diese weichen, wie in Kapitel 5.5.4 gezeigt wird, von den Eigenfrequenzen des Laufrades im eingebauten Zustand abhängig vom im Verdichter herrschenden Druck ab.

Mit Hilfe der mittels HRA abgeschätzten Umrechnungsfaktoren zwischen maximaler und gemessener Bauteildehnung sind für die Resonanzstellen die maximalen Spannungen berechnet worden. Diese sind für alle Resonanzstellen gering, so dass die Dauerfestigkeit des Laufrades nicht gefährdet ist. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass die Umrechnung auf der Annahme rotierender Knotendurchmesser beruht. Wie in Kapitel 5.5.2 gezeigt wird, ist diese Annahme nicht für alle Eigenschwingungsformen gültig. Im Falle ortsfester Eigenschwingungsformen kann keine zuverlässige Aussage über die maximalen Bauteilspannungen während der Resonanz getroffen werden.

### Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist die Anregung des Laufrades durch rotierende Druckmuster nachgewiesen worden. Die gewonnenen Erkenntnisse sind im Folgenden zusammengefasst:

- Experimentell bestimmte und vorhergesagte Resonanzdrehzahlen stimmen in guter Näherung überein. Die Abweichungen betragen  $\leq 1,3\%$ .
- Resonanzen treten auf, wenn Form- und Frequenzgleichheit zwischen Druckmuster und Eigenschwingungsform des Laufrades gegeben sind.
- Das Laufrad wird aufgrund der Interaktion des Laufrades mit entfernten Leiträdern wie z.B. der Rückführbeschaufelung angeregt.
- Die Anteile der modalen Nebenkompenten nehmen mit steigender Modenordnung der Laufradeigenschwingungsformen zu. Folglich ist die Resonanzanregung dieser Eigenformen durch mehr als eine Drehzahlharmonische möglich.
- Anregungen des Laufrades durch TSM, die sich für einen harmonischen Index  $k_{\text{Dif}}$  größer drei ergeben, sind detektierbar (hier nicht gezeigt). Die Dehnungsamplituden sind allerdings marginal. Dies bestätigt die Aussage von Kushner [48]. Eine Anregung des Laufrades durch TSM, die aus der Interaktion des Laufrades mit den Rückführschaufeln bzw. den Eintrittsleitschaufeln resultieren, erfolgt lediglich für harmonische Indices gleich eins ( $k_{\text{ELA}} = 1$  und  $k_{\text{RFB}} = 1$ ).
- Die gemessenen Dehnungen besitzen ausnahmslos niedrige Amplituden. Mittels der in Tabelle 4.3 aufgeführten Faktoren werden die maximalen Dehnungen im Laufrad abgeschätzt. Diese Dehnungen sind ebenfalls gering, so dass die Lebensdauer des Laufrades nicht beeinflusst wird. Der Abschätzung der maximalen Dehnungen liegt jedoch die Annahme zugrunde, dass die Knotendurchmesser der Eigenschwingungsformen rotieren. Diese Annahme trifft, wie im folgenden Kapitel gezeigt wird, im Allgemeinen nicht zu. Da die bestimmten von-Mises Dehnungen allerdings deutlich geringer als die für die Lebensdauer des Laufrades kritischen Werte sind, wird davon ausgegangen, dass detektierte Resonanzen nicht bauteilgefährdend sind.



### 5.5.2. Rotierende oder ortsfeste Knotendurchmesser

In diesem Abschnitt wird untersucht, ob während einer Resonanz Struktureigenschwingungsformen bezüglich des Laufrades rotieren oder ortsfest sind. Da die anregenden Druckmuster rotieren, wird im Falle eines Laufrades ohne Imperfektion erwartet, dass die Eigenschwingungsformen ebenfalls rotierenden Charakters sind. Vorhandene Imperfektionen des Laufrades können jedoch dazu führen, dass Eigenschwingungsformen bzgl. des Laufrades ortsfeste Knotendurchmesserpositionen besitzen (siehe Kap. 2.3). Auch bei rotierender Anregung bilden sich dann keine rotierenden Eigenschwingungsformen aus.

Die Kenntnis über die Eigenschaften der Knotendurchmesser ist wichtig, um zu beurteilen, ob gemessene Dehnungen repräsentativ sind. Ortsfeste Knotendurchmesser lassen auf Imperfektionen des Laufrades schließen. Bauteildehnungen und -spannungen treten unter Umständen stark ortsgebunden auf und sind daher anspruchsvoll zu detektieren. Aus gemessenen Dehnungen kann nicht ohne weiteres auf die maximalen Bauteildehnungen geschlossen werden. Im Falle rotierender Eigenschwingungsformen ist dahingegen (abgesehen von der radialen Position) lediglich die relative Umfangsposition der DMS bzgl. der Laufradschaufeln relevant (siehe Kap. 3.3). Mittels HRA können die maximalen Dehnungen abgeschätzt und die Gefährdung des Bauteils beurteilt werden.

Zur Beurteilung, ob Knotendurchmesser einer Eigenschwingungsform rotieren oder nicht, werden gemessene Dehnungsamplituden von *DMS1* und *3* für verschiedene Resonanzen verglichen. Beide DMS besitzen die gleiche relative Position bzgl. der Laufradschaufeln. Im Falle rotierender Knotendurchmesser erfahren somit beide DMS zeitversetzt die gleichen Dehnungen<sup>13</sup>. Der Zeitversatz ergibt sich aus dem Abstand der beiden DMS und der Phasengeschwindigkeit der jeweiligen Laufradeigenschwingungsform und ist für alle Resonanzen deutlich geringer als eine Millisekunde. Die in EO-Diagrammen zugrundeliegenden Daten werden mittels gefensterter Fouriertransformation erzeugt. Die Signalverläufe von *DMS1* und *3* sind bzgl. jedes Zeitfensters bis auf den Zeitversatz identisch. Wie in Kapitel 5.2 beschrieben, umfasst jedes Zeitfenster 200 Umdrehungen des Laufrades und ist somit um Größenordnungen größer als der marginale Zeit-

---

<sup>13</sup> Im Falle rotierender Knoten ist die Schwingungsamplitude von Rad- oder Deckscheibe für eine bestimmte radiale Position (nahezu) unabhängig von der Umfangsposition. Dahingegen sind die gemessenen Dehnungsamplituden in der Rad- oder Deckscheibe auch bei rotierenden Knotendurchmessern abhängig von der relativen Messposition bzgl. der Laufradschaufeln (siehe Kap. 3.3). Nur bei gleicher relativer Position erfahren beide DMS zeitversetzt die gleichen Dehnungen.

versatz. Aus diesem Grund ist dieser bzgl. der ermittelten Dehnungsamplituden nicht relevant und zu vernachlässigen.

Sind die von *DMS1* und *3* gemessenen Dehnungsamplituden im Rahmen der Messgenauigkeit gleich, wird somit geschlussfolgert, dass die Knotendurchmesser der angeregten Eigenschwingungsform rotieren. Ein Beweis stellt diese Auswertungsmethode streng genommen nicht dar. Auch im Falle ortsfester Knotendurchmesser können beide DMS gleiche Dehnungsamplituden messen (vergleiche Abb. 3.7). Dieses Szenario ist unwahrscheinlich, so dass im Folgenden bei gleichen gemessenen Dehnungsamplituden von rotierenden Knotendurchmessern ausgegangen wird.

In Abbildung 5.12 sind die von *DMS1* und *3* gemessenen Dehnungsamplituden für acht Resonanzen dargestellt. Die Darstellung erfolgt in EO-Diagrammen. Die Dehnungsamplituden sind jeweils auf den maximalen Wert im Diagramm normiert. Der maximale Messfehler ist wie zuvor durch Balken in den Diagrammen kenntlich gemacht (Auf die Bezeichnung der Balken ist aus Platzgründen verzichtet worden). Die Messdaten stammen von verschiedenen Hochläufen, wobei der Eintrittsdruck nahezu konstant 20 bar beträgt. Sowohl die Gaszusammensetzung als auch die Stellung der Drosselklappe variieren:

Hochlauf *run-up25* verläuft an der Schluckgrenze des Verdichters. Der Verdichter wird mit Stickstoff betrieben. Hochlauf *run-up40* verläuft ebenfalls an der Schluckgrenze, die Gaszusammensetzung unterscheidet sich jedoch von *run-up25*. Das Gas setzt sich in diesem Fall aus 69% Stickstoff und 31% Helium zusammen. Hochlauf *run-up27* verläuft in der Kennfeldmitte des Verdichters. Das Gas besteht wie bei Hochlauf *run-up25* aus reinem Stickstoff.

Die Abbildungen 5.12a und b zeigen die Dehnungsamplituden für Resonanzen der Eigenschwingungsformen mit vier bzw. fünf Knotendurchmessern (siehe Zeile zwei und fünf in Tabelle 5.1) während des Hochlaufs *run-up25*. Die gemessenen Amplituden beider DMS stimmen für beide Eigenschwingungsformen im Rahmen der Messgenauigkeit überein. Folglich rotieren die angeregten Eigenschwingungsformen bzgl. des Laufrades. Die Drehrichtung der Knotendurchmesser folgt aus den jeweiligen anregenden Druckmustern, so dass der Eigenmode  $m_{\text{st}} = 4$  in Drehrichtung und der Eigenmode  $m_{\text{st}} = 5$  entgegen der Drehrichtung des Laufrades rotieren.

Die Abbildungen 5.12f und g zeigen analog die gemessenen Dehnungsamplituden für beide Resonanzen während des Hochlaufs in der Kennfeldmitte. Die

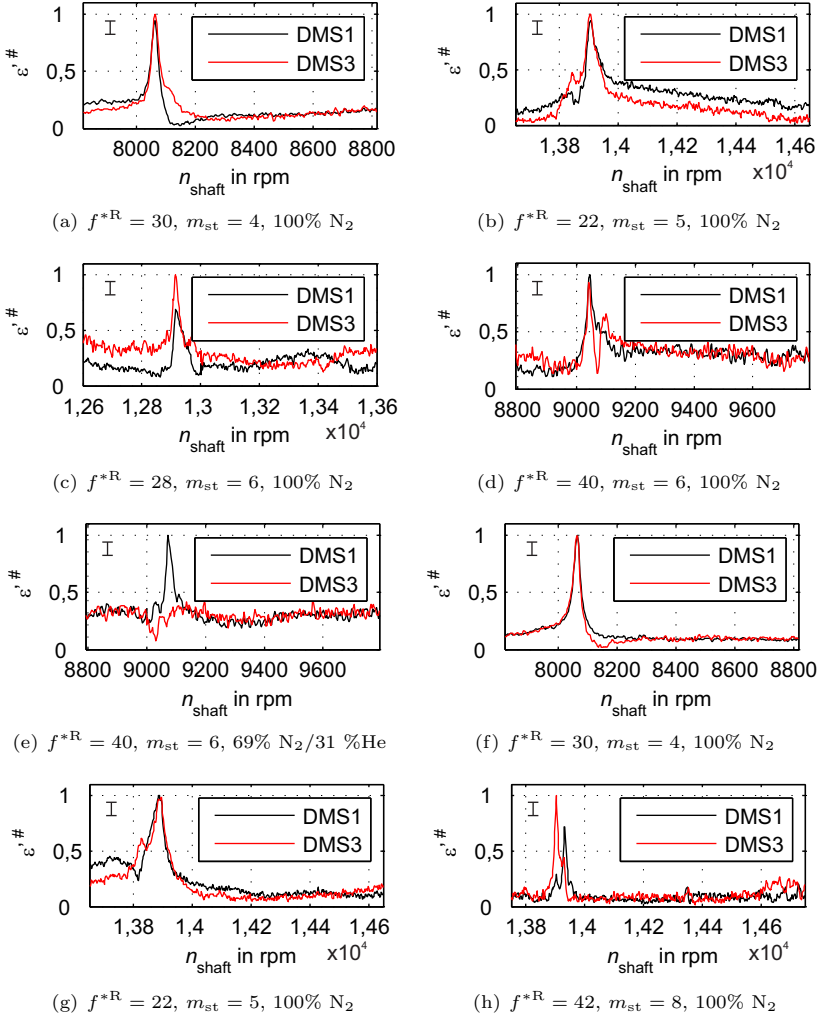


Abbildung 5.12.: Vergleich der gemessenen Dehnungsamplituden von *DMS1* und *3* im Falle verschiedener Resonanzstellen. Die Dehnungsamplituden sind in EO-Diagrammen dargestellt; a)-d) Hochlauf *run-up25*, e) Hochlauf *run-up40*, f)-h) Hochlauf *run-up27*

gemessenen Amplituden beider DMS sind analog zur obigen Feststellung identisch. Unabhängig von der Lage des Hochlaufs im Verdichterkennfeld stellen sich rotierende Knotendurchmesser für die Eigenmoden  $m_{\text{st}} = 4$  und  $m_{\text{st}} = 5$  ein.

In den Abbildungen 5.12c und d sind die Dehnungsamplituden für Resonanzen des Eigenmodes  $m_{\text{st}} = 6$  dargestellt. Die zugrundeliegenden Messdaten stammen vom Hochlauf *run-up25*. Sowohl das Druckmuster  $m_{\text{TS}} = 6$ , das in Laufraddrehrichtung rotiert, als auch das Druckmuster mit  $m_{\text{TS}} = -6$ , das entgegen der Laufraddrehrichtung rotiert, regen das Laufrad im Drehzahlregelbereich des Verdichters in Resonanz an (siehe die letzten beiden Zeilen in Tabelle 5.1). Da die Druckmuster unterschiedliche Frequenzen bzgl. des Rotorsystems besitzen, finden die Anregungen bei unterschiedlichen Drehzahlen statt. Abbildung 5.12c zeigt die Dehnungsamplituden aufgrund der Anregung durch das Druckmuster  $m_{\text{TS}} = 6$ . Die Messwerte von *DMS1* und *3* weichen deutlich voneinander ab. Folglich rotieren die Knotendurchmesser des Eigenmodes nicht. In Abbildung 5.12d sind die gemessenen Dehnungsamplituden aufgrund der Anregung durch das Druckmuster  $m_{\text{TS}} = -6$  dargestellt. Die Messwerte stimmen in guter Näherung überein, was auf rotierende Knotendurchmesser schließen lässt.

Obwohl die angeregte Struktureigenform in beiden Fällen dieselbe ist, ergeben sich deutliche Unterschiede bzgl. der Eigenschaften der Knotendurchmesser. Der Einfluss der Drehrichtung des anregenden Druckmusters auf die Eigenschaften der Knotendurchmesser wird als nicht relevant erachtet, so dass die Unterschiede in den unterschiedlichen Betriebspunkten des Verdichters begründet sein müssen.

Abbildung 5.12e zeigt analog zu Abbildung 5.12d die Dehnungsamplituden aufgrund der Anregung durch das Druckmuster  $m_{\text{TS}} = -6$ . Die Messdaten stammen von dem Versuchslauf *run-up40*. *DMS3* detektiert keine Dehnungen im Falle der Resonanz. Die gemessenen Dehnungsamplituden von *DMS1* und *3* sind daher gänzlich verschieden. Demzufolge rotieren die Knotendurchmesser des Eigenmodes nicht. Dies bestätigt die Abhängigkeit der Eigenschaften des Eigenmodes  $m_{\text{st}} = 6$  vom Betriebspunkt des Verdichters. Letzterer ist aufgrund der unterschiedlichen Gaszusammensetzungen der Hochläufe *run-up25* und *40* für beide Resonanzstellen verschieden. Rotierende bzw. ortsfeste Knotendurchmesser sind somit nicht lediglich eine Eigenschaft einer Laufradeigenschwingungsform, sondern werden ebenfalls durch den Betriebspunkt bzw. das umgebende Fluid beeinflusst.

In Abbildung 5.12h sind die Dehnungen für die Resonanz der Eigenschwingungsform mit acht Knotendurchmessern gezeigt (siehe Zeile vier in Tab. 5.1). Die Da-

ten stammen vom Hochlauf *run-up* 27. Sowohl *DMS1* als auch *DMS3* detektieren im Bereich der prognostizierten Drehzahl zwei Peaks. Wie in vorangegangenen Kapiteln beschrieben, teilen sich Eigenschwingungsformen aufgrund von Imperfektion in zwei formgleiche Eigenmoden mit marginal unterschiedlichen Frequenzen auf. Im Falle der zuvor diskutierten Resonanzen ist dieser Effekt messtechnisch nicht auflösbar, da aufgrund der höheren Dämpfungen der Eigenmoden und der geringen Frequenzsplittings jeweils beide Resonanzpeaks verschmelzen. Dahingegen sind aufgrund der geringen Dämpfung des Eigenmodes  $m_{st} = 8$  beide Peaks sichtbar. Die von *DMS1* und *3* gemessenen Dehnungen unterscheiden sich deutlich. Bezüglich des niederfrequenten Eigenmodes sind die gemessenen Dehnungen von *DMS3* größer. Der höherfrequente Eigenmode wird dahingegen deutlich von *DMS1* erfasst. Folglich besitzen die Knotendurchmesser beider Eigenschwingungsformen feste Positionen bzgl. des Laufrades.

Die Resonanzen der Struktureigenmoden  $m_{st} = 3$  und  $m_{st} = 2$ , die in den Abbildungen 5.11 dargestellt sind, werden von *DMS1* und *3* nicht oder nur mit minimalen Amplituden erfasst. Dies ist in den Umfangspositionen der DMS begründet. Da die DMS die gleichen Umfangspositionen wie zwei Laufradschaufeln besitzen, sind die zu erwartenden Dehnungen in der Deckscheibe nach Abbildung 3.7 gering. Eine Auswertung bzgl. der Eigenschaft der Knotendurchmesser ist daher für diese Eigenschwingungsformen nicht möglich.

Die Erkenntnisse dieses Abschnitts lauten zusammengefasst:

- Der Betriebspunkt des Verdichters beeinflusst die Eigenschaften von Struktureigenmoden. So stellen sich abhängig vom Betriebspunkt für den Eigenmode  $m_{st} = 6$  rotierende oder ortsfeste Knotendurchmesser ein.
- Die Eigenschwingungsformen  $m_{st} = 4$  und  $m_{st} = 5$  besitzen für diesen Versuchsstand unabhängig vom Betriebspunkt rotierende Knotendurchmesser.
- Ein direkt ersichtlicher Zusammenhang zwischen Frequenzsplitting und der Ausbildung rotierender oder ortsfester Knotendurchmesser ist nicht vorhanden. So rotieren die Eigenschwingungsformen mit den Modenordnungen vier und fünf, obwohl das Frequenzsplitting bzgl. dieser Eigenmoden höher ist als bzgl. der Eigenschwingungsform  $m_{st} = 8$  (vergleiche Tab. 3.3). Diese Eigenform ist jedoch im Falle der Resonanz ortsfest bzgl. der Laufradstruktur. Dies belegt, dass neben dem Frequenzsplitting andere Einflussgrößen wie die Dämpfung des jeweiligen Eigenmodes existieren. Kellerer und Stetter [13] definierten bereits als Kenngröße zur Beurteilung, ob

rotierende oder ortsfeste Knotendurchmesser eintreten, den Quotient aus Frequenzsplitting und Dämpfung. Für den realen Verdichter scheinen weitere Einflussgrößen zu existieren, so dass dieser einfache Zusammenhang nicht bestätigt wird.

### 5.5.3. Einfluss der Diffusorbeschaufelung

Der Einfluss der Diffusorschaufeln bzgl. der Laufrad/Leitrad-Interaktion ist zu Beginn des Kapitels 5.5 bereits qualitativ beschrieben worden. Aufgrund der geringen Entfernung zwischen Laufrad- und Diffusorschaufeln dominieren die aus dieser Interaktion resultierenden Druckmuster die drehzahlharmonischen Druckschwankungen (siehe Abbildung 5.10). Wird der beschaufelte Diffusor durch einen unbeschaufelten Diffusor ersetzt, entfallen diese dominanten Anteile, die bzgl. des Rotorsystems durch die Frequenzen  $f_{TS}^{*R} = |k_{Dif} \cdot V_{Dif}|$  charakterisiert sind.

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Diffusorbeschaufelung auf die Druckschwankungen im Verdichter mittels Vergleich zweier Hochläufe (*run-up34* und *run-up22*) quantitativ untersucht. Beide Hochläufe verlaufen an der Schluckgrenze des Verdichters. Die Eintrittsdrücke sind nahezu identisch und betragen 20,3 bzw. 20,0 bar. Das Gas besteht in beiden Fällen aus reinem Stickstoff. Hochlauf *run-up34* erfolgt mit beschaufeltem, Hochlauf *run-up22* mit unbeschaufeltem Diffusor. Aufgrund von Sensorausfällen während des Hochlaufs *run-up22* liegen keine Druckmessdaten bzgl. des Rotorsystems vor. Ein Vergleich wird daher anhand der Druckschwankungen bzgl. des Statorsystems vorgenommen. Wie zuvor beschrieben, besitzen alle Druckmuster bzgl. des Statorsystems die Schaufelfrequenz bzw. Harmonische dieser ( $f_{TS}^{*S} = j \cdot B$ ). Zum Vergleich wird exemplarisch der zur Schaufelfrequenz zugehörige Anteil verglichen.

Abbildung 5.13 zeigt die 17EO-Diagramme für beide Hochläufe und zwei verschiedene Messpositionen. Die Messpositionen befinden sich im Ringraum (im Fall des beschaufelten Diffusors unmittelbar stromabwärts der Diffusorschaufeln; Sensor: *p-S-RR1*) und in einem Kanal der Rückführbeschaufelung nahe der Eintrittskante (*p-S-RFB1*). Aus Abbildung 5.13 ist direkt ersichtlich, dass die Druckschwankungen sowohl im Ringraum als auch in der Rückführbeschaufelung im Falle des beschaufelten Diffusors erheblich größer sind. Die mittleren gemessenen Amplituden nehmen aufgrund der Diffusorschaufeln um den Faktor 18 im Ringraum und um den Faktor 20 in der Rückführbeschaufelung zu. Dies ist zum

einen in der direkten Interaktion von Laufrad und Diffusor begründet. Zum anderen beeinflusst, wie im Folgenden gezeigt wird, die Diffusorbeschaufelung die Interaktion des Laufrades mit entfernten Leiträdern wie den Rückführschaufeln.

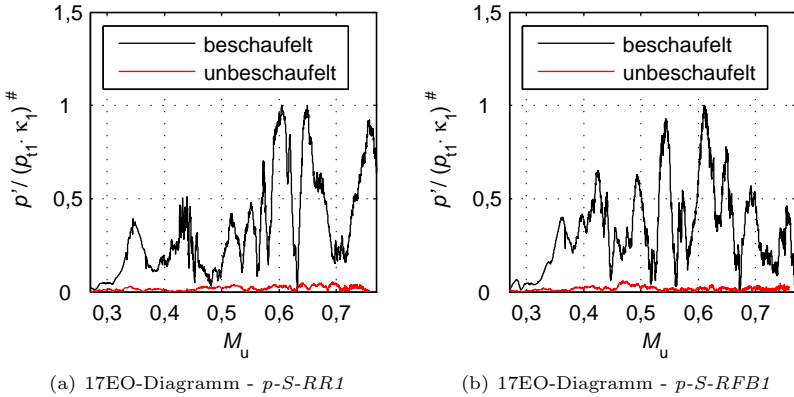


Abbildung 5.13.: Vergleich der Druckschwankungen mit und ohne beschaufeltem Diffusor anhand des drehzahlharmonischen Anteils  $f^{*S} = 17$  (Darstellung in normierten EO-Diagrammen) a) Druckschwankungen im Ringraum; Abstand zum Laufradaustritt:  $0,215D_2$  b) Druckschwankungen in einem Kanal der Rückführbeschaufelung nahe der Eintrittskante; Abstand zum Laufradaustritt:  $0,624D_2$

Die Druckmuster, die aus der Interaktion des Laufrades mit Leiträdern entstehen, sind sowohl hydrodynamischen als auch akustischen Charakters (siehe Kap. 5.5). Obwohl die Druckmuster sich messtechnisch nicht unterscheiden, besitzen die den Interaktionen zugrundeliegenden Phänomene unterschiedliche Eigenschaften bzgl. der Ausbreitung. So zeigt eine instationäre CFD Simulation des Versuchstandes, dass die aus der Interaktion der Schaufelreihen resultierenden Druckmuster exponentiell mit der Entfernung vom Entstehungsort abklingen [116]. Obwohl Strömungssimulationsprogramme theoretisch fähig sind akustische Effekte aufzulösen, wird aufgrund des relativ groben Gitters (bzgl. akustischer Maßstäbe) angenommen, dass die berechneten Druckschwankungen hydrodynamischen

Charakters sind. Folglich sind bei außer Acht lassen akustischer Effekte die Interaktionen zwischen weit entfernten Schaufelreihen aufgrund des beschriebenen Abklingverhaltens weniger relevant. Dies bestätigt die modale Zerlegung der berechneten Druckverteilung in Abbildung 5.9b. Druckmuster, die aus der Interaktion des Laufrades mit den Rückführ- bzw. Eintrittsleitradschaufeln resultieren, sind kaum vorhanden. Akustische Moden hingegen sind geringer gedämpft, so dass eine Interaktion entfernter Schaufelreihen möglich ist.

Wie bereits beschrieben, resultieren aus den fluktuierenden Kräften, die auf die Diffusorscheufeln wirken, Dipolschallquellen. Aus der Überlagerung der Schallquellen entstehen Druckmuster mit Modenordnungen, die aus Gleichung 5.14 mit  $k_{\text{ELA}} = k_{\text{RFB}} = 0$  folgen. Wird der harmonische Index des Diffusors ebenfalls gleich Null gesetzt ( $k_{\text{Dif}} = 0$ ), folgen akustische Muster mit der Modenordnung  $m_{\text{TS}} = j \cdot B$ , die mit gleicher Geschwindigkeit wie das Laufrad rotieren. Diese interagieren wiederum mit weiteren Leiträdern, wie den Rückführschaufeln. Aus diesen Interaktionen resultieren Druckmuster, die bei rein mathematischer Betrachtung auch ohne Diffusorscheufeln im Verdichter existieren würden<sup>14</sup>. Aufgrund der geringen Dämpfung der akustischen Druckmuster werden die oben beschriebenen Interaktionen stärker angenommen als die direkte Interaktion des Laufrades mit entfernten Leiträdern.

Abbildung 5.14 zeigt die von *DMS2* gemessenen Dehnungsamplituden für die Resonanz der Laufradeigenschwingungsform  $m_{\text{st}} = 5$  im Falle des beschaufelten und unbeschaufelten Diffusors. Die Dehnungsamplituden sind auf den maximalen Wert im Diagramm normiert. Die Anregung erfolgt durch ein Druckmuster mit der Modenordnung  $m_{\text{TS}} = -5$  und der Frequenz  $f_{\text{TS}}^{\text{R}} = 22$ , das mathematisch betrachtet aus der reinen Interaktion des Laufrades mit den Rückführschaufeln entsteht ( $m_{\text{TS}} = j \cdot B + k_{\text{RFB}} \cdot V_{\text{RFB}} = 17 - 22 = -5$ ). Trotz dieses Sachverhalts sind die Dehnungsamplituden um den Faktor vier höher, wenn der Verdichter mit beschaufeltem Diffusor betrieben wird. Folglich ist das anregende Druckmuster im Falle des beschaufelten Diffusors ebenfalls größer. Dies bestätigt die oben beschriebene These: Der Diffusor agiert als Schallquelle. Die aus der Laufrad/Diffusor-Interaktion resultierenden Druckmuster interagieren mit entfernten Leiträdern stärker als die schneller abklingenden Nachlaufedellen des Laufrades. Folglich wird das Laufrad im Falle der Resonanz stärker angeregt, ungeachtet dessen, ob das anregende Druckmuster bei rein mathematischer Betrachtung auch ohne Diffusorscheufeln existent ist. Der in Abbildung 5.14 darge-

<sup>14</sup>Mit Gleichung 5.14 wird nicht unterschieden, ob ein harmonischer Index gleich Null gesetzt wird oder die zugehörige Schaufelreihe nicht existent ist.



stellte Resonanzpeak während des Hochlaufs *run-up34* stellt somit die Dehnungsamplituden des Laufrades dar, die größtenteils in der Anregung durch akustische Druckschwankungen begründet sind.

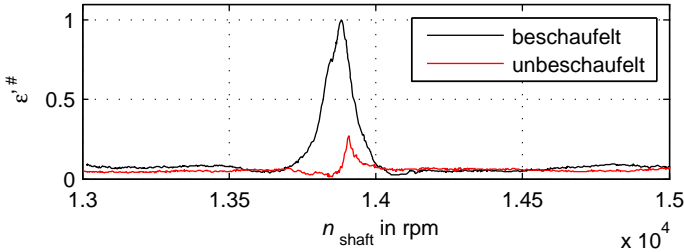


Abbildung 5.14.: Vergleich der Dehnungsamplituden während der Resonanz der Laufradeigenschwingungsform  $m_{\text{st}} = 5$  für zwei Hochläufe mit und ohne beschauftem Diffusor. Die Dehnungsamplituden sind in EO-Diagrammen dargestellt.

Neben den unterschiedlichen Dehnungsamplituden fällt auf, dass die Breiten der Resonanzpeaks deutlich voneinander abweichen. Dies lässt auf eine unterschiedliche Dämpfung schließen. Die Änderung der Dämpfung hat zwei mögliche Ursachen. Zum einen können die größeren Schwingungsamplituden die Dämpfung beeinflussen. Dies würde ein nichtlineares Verhalten der Struktur implizieren. Zum anderen könnten die unterschiedlichen Strömungsverhältnisse mit und ohne Diffusorschaukeln zu einer unterschiedlich großen aerodynamischen Dämpfung führen. Da der mittlere Druck im Verdichter jedoch für beide Hochläufe nahezu identisch ist, wird diese Möglichkeit als unwahrscheinlich erachtet.

Der geringe Unterschied der Resonanzfrequenzen in Abbildung 5.14 von 0,2% ist in unterschiedlichen Temperaturen des Laufrades begründet. Bei Hochlauf *run-up34* ist die Temperatur des Laufrades geringfügig höher, was zu einer geringen Reduzierung der Eigenfrequenzen führt.

Zusammengefasst:

- Die drehzahlharmonischen Druckschwankungen im Verdichter sind um ca. den Faktor 20 kleiner, wenn der Diffusor unbeschauft ist.

- Neben den drehzahlharmonischen Anteilen der Druckschwankung, die direkt aus der Laufrad/Diffusor-Interaktion resultieren ( $f_{\text{TS}}^{*\text{R}} = |k_{\text{Dif}} \cdot V_{\text{Dif}}|$ ), beeinflussen die Diffusorscheufeln Interaktionen des Laufrades mit entfernten Schaufelreihen. Druckmuster, die nach Formel 5.14 auch ohne Diffusorscheufeln existent sind, besitzen mit beschauelftem Diffusor größere Amplituden. Dies führt im Resonanzfall zu einer stärkeren Anregung und höheren detektierten Dehnungsamplituden.

#### 5.5.4. Kopplung des Laufrades und des umgebenden Fluids

Zur Untersuchung des Einflusses des das Laufrad umgebenden Fluids auf die Eigenschaften der Laufradeigenschwingungsformen (Dämpfung, Eigenfrequenz) wird der Verdichter bei unterschiedlichen Eintrittsdrücken betrieben und die Start- bzw. Enddrehzahl so gewählt, dass die Resonanzdrehzahl der jeweiligen Eigenschwingungsform mittig im Drehzahlbereich gelegen ist. Im Folgenden werden die Erkenntnisse anhand der Resonanz der Laufradeigenschwingungsform  $m_{\text{st}} = 5$  vorgestellt (Zeile 5 in Tabelle 5.1). Die Start- und Enddrehzahl der Hochläufe sind 13500 bzw. 14500 rpm. Die Ansaugdrücke betragen 21,7 bar, 11,2 bar, 6,7 bar und 3,0 bar. Die Hochläufe besitzen die Bezeichnungen *run-up402*, *404*, *406* und *408*.

Die unterschiedlichen Ansaugdrücke führen bei konstanter Eintrittstemperatur zu unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten im Verdichter während der Hochläufe. Wie in Kapitel 5.3.2 bereits gezeigt, verschieben sich die Verläufe einer drehzahlharmonischen Druckschwankung mit steigender Schallgeschwindigkeit zu höheren Drehzahlen. Dies führt dazu, dass für die zunächst konstant angenommene Resonanzdrehzahl die Strömungszustände im Verdichter für Hochläufe unterschiedlichen Druckniveaus verschieden sind. Um diesem Effekt entgegenzuwirken, wird die Eintrittstemperatur der vier Hochläufe jeweils so eingestellt, dass die Schallgeschwindigkeit für alle Hochläufe nahezu konstant ist (relative Schwankungsbreite der Schallgeschwindigkeit:  $< 0,2\%$ ).

Das in Abbildung 5.15 dargestellte EO-Diagramm zeigt die Amplitude des drehzahlharmonischen Anteils  $f^{*\text{R}} = 22$  für die vier Hochläufe. Die Messdaten stammen von *DMS2*. Die Abszisse zeigt die Anregungsfrequenz aufgrund des drehzahlharmonischen Anteils der Druckschwankungen mit  $f^{*\text{R}} = 22$  bezogen auf die jeweilige Resonanzfrequenz  $f_{\text{res}}$  der Hochläufe. Die Resonanzamplituden sind mit dem maximalen Wert im Diagramm normiert. Obwohl die Eintrittsdrücke (und

somit die Druckschwankungen bzw. das Anregungspotential - siehe Kap. 5.3.2) um den Faktor sieben variieren, besitzen die Resonanzpeaks die gleiche Größenordnung und unterscheiden sich um maximal 26%. Grund dafür ist die mit steigendem Druckniveau größer werdende aerodynamische Dämpfung<sup>15</sup>. Nach Gleichung 2.7 ist bei linearem<sup>16</sup> Verhalten des schwingenden Systems die Resonanzamplitude näherungsweise proportional zum Quotienten aus anregender Kraft und Dämpfung (siehe Gl. 2.7 mit  $\eta \approx 1$ ). Da die Druckschwankungen im Verdichter und damit das Anregungspotential linear mit dem Eintrittsdruck steigen (siehe Gl. 5.8), folgt daraus, dass die Dämpfung ebenfalls näherungsweise linear mit dem Eintrittsdruck steigt.

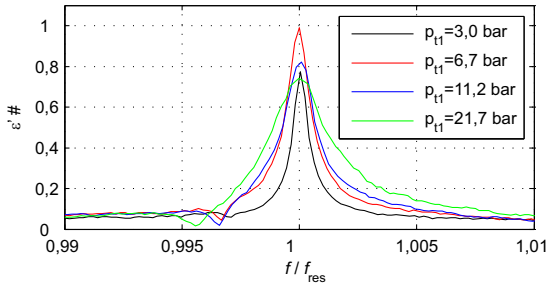


Abbildung 5.15.: Resonanzpeaks der Laufradeigenschwingungsform  $m_{st} = 5$  für unterschiedliche Druckniveaus

Nach der Methode der Halbwertsbreite kann die modale Dämpfung einer Eigenschwingungsform mittels der Peakbreite in der *Frequency Response Function* (FRF) bestimmt werden (siehe Kap. 3.2). Da sich die FRF aus dem Quotienten aus Schwingungsantwort und Anregung ergibt und die Anregung hier nicht bekannt ist, kann die Dämpfung lediglich direkt aus den in Abbildung 5.15 dargestellten Verläufen mittels Gleichung 3.1 abgeschätzt werden<sup>17</sup>. Dieser Abschätzung liegt die Annahme zugrunde, dass die Anregung im Zeitraum der Resonanz annähernd konstant ist.

<sup>15</sup> Als aerodynamische Dämpfung wird die Dämpfung bezeichnet, die durch das das Laufrad umgebende Fluid hervorgerufen wird.

<sup>16</sup> Die Dämpfung der Struktur ist unabhängig von den Schwingungsamplituden.

<sup>17</sup> Die Schwingungsanregung erfolgt durch den TSM mit der Modenordnung  $m_{TS} = 5$ . Wie bereits beschrieben, werden stets Überlagerungen mehrerer Druckmuster gemessen, so dass die Amplitude eines einzelnen Druckmusters nicht bestimmt werden kann.

Abbildung 5.16a zeigt die berechneten Dämpfungswerte in Abhängigkeit der Fluidichte am Verdichtereintritt. Die Dämpfung steigt mit steigendem Druck und der damit verbundenen Steigerung der Fluidichte linear an. Der Quotient aus Anregung und Dämpfung bleibt unabhängig vom Druckniveau konstant. Dies bestätigt die Erkenntnisse von Kammerer und Abhari [31], dass sich ab einem Druckniveau von einem bar Anregungskräfte und aerodynamische Dämpfung gegenseitig aufheben. Das maximale Druckniveau in den Untersuchungen von Kammerer und Abhari betrug allerdings ca. 1 bar, so dass eine Aussage über die aerodynamische Dämpfung bei höheren Drücken nicht getroffen wurde.

Das im vorliegenden Fall die aerodynamische Dämpfung maßgeblich durch die Dichte des Mediums und nicht durch die dynamische Viskosität beeinflusst wird, ist daran erkennbar, dass sich die Viskosität des Gases im untersuchten Druckbereich lediglich um 1,3 % ändert und somit nahezu konstant ist.

Ein Erklärungsansatz kann aufbauend auf Untersuchungen über die aerodynamische Dämpfung eines einfachen Fadenpendels gegeben werden. Aufgrund der Schwingbewegung wird das Fadenpendel von dem ruhend angenommenen umgebenden Fluid umströmt. Auf das Pendel wirkt eine Widerstandskraft, die zu einer Dämpfung der Schwingung führt. Ist die Umströmung des Pendels laminar sind die Scherspannungen im Fluid und damit die dämpfende Widerstandskraft proportional zur dynamischen Viskosität des Fluids. Eine solche Dämpfung wird auch als viskose Dämpfung bezeichnet. Dieser Zusammenhang wurde zuerst von Stoke 1851 entdeckt und wird auch als Stokes Gesetz bezeichnet.

Besitzt dahingegen die Umströmung des Pendels turbulenten Charakter, sind die Scherspannungen in der Strömung proportional zur Fluidichte [118]. Die dämpfende Widerstandskraft wird somit ebenfalls durch die Dichte des Fluids und nicht wie im laminaren Fall durch die Viskosität bestimmt. Da die Strömung im Verdichter hochgradig turbulent ist, beeinflusst somit die Dichte die aerodynamische Dämpfung des Laufrades. Dies ist in Übereinstimmung mit den zuvor gezeigten Versuchsergebnissen.

Ferner ist in Abbildung 5.16a die mittels Modalanalyse bestimmte modale Dämpfung eingetragen (siehe Tab. 3.3). Bei der Modalanalyse befand sich das Laufrad auf der Welle und war aus dem Verdichter ausgebaut. Das Laufrad war daher nicht von den Radseitenräumen umgeben. Auffällig ist, dass dieser Wert deutlich vom zuvor beschriebenen linearen Verlauf abweicht und sogar größer als beim Hochlauf mit einem Eintrittsdruck von 11,2 bar ist. Dieser Trend ist abhängig von der betrachteten Eigenschwingungsform. So nimmt die Dämpfung des Ei-

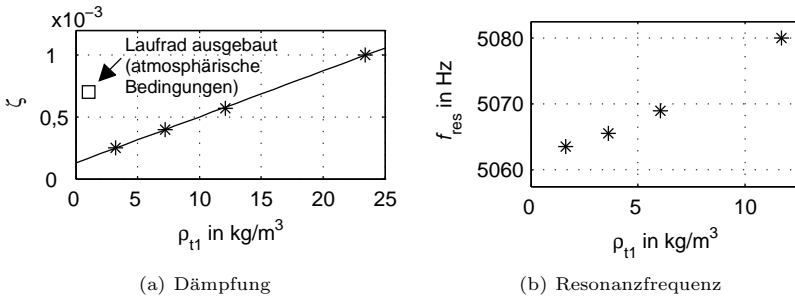


Abbildung 5.16.: Einfluss des Druckniveaus auf die Resonanzfrequenz und Dämpfung der Laufradeigenschwingungsform  $m_{st} = 5$

genmodes  $m_{st} = 3$  für einen Hochlauf mit einem Ansaugdruck von 3 bar um den Faktor fünf im Vergleich zu atmosphärischen Bedingungen zu, während die Dämpfung des hier betrachteten Eigenmodes um näherungsweise den Faktor drei abnimmt (vergleiche die Dämpfungswerte bei  $p_{t1} = 3$  bar und atmosphärischen Bedingungen). Dies legt die Vermutung nahe, dass das Laufrad und die Gaskörper in den Radseitenräumen ein gekoppeltes System bilden. Dies wird durch die Betrachtung der Resonanzfrequenz bestätigt.

Abbildung 5.16b zeigt die Resonanzfrequenz der Eigenschwingungsform  $m_{st} = 5$  in Abhängigkeit der Fluidichte am Verdichtereintritt. Die Frequenz nimmt im betrachteten Bereich durchschnittlich um ca.  $1,6 \text{ Hz}/(\text{kg}/\text{m}^3)$  zu, wobei der Verlauf nicht linear zu sein scheint. Dieser Trend ist ebenfalls abhängig von der betrachteten Eigenschwingungsform. Wird die Resonanz des Eigenmodes  $m_{st} = 3$  betrachtet, nimmt die Eigenfrequenz mit steigender Fluidichte ab. Einen Erklärungsansatz liefern Magara und Narita [34]: Die Eigenfrequenzen des von ihnen untersuchten gekoppelten Systems, bestehend aus einer nicht rotierenden Scheibe und dem umgebenden Fluid, nehmen mit steigendem Umgebungsdruck und den damit verbundenen steigenden Fluidichten zu, wenn das Fluid und das Laufrad gegenphasig schwingen. In Phase schwingende Eigenformen sind dahingegen dadurch gekennzeichnet, dass die zugehörigen Eigenfrequenzen mit steigendem Umgebungsdruck abnehmen. Die Zu- bzw. Abnahme der Eigenfrequenzen ist nach Magara und Narita nicht linear. Die hier aufgeführten Auswertungen stimmen mit den Aussagen von Magara und Narita überein, wobei über die Phasenlage

zwischen Fluid und Struktur keine Aussage getroffen werden kann. Ungeachtet dessen belegen die Auswertungen, dass das Laufrad mit steigender Dichte des umgebenden Fluids nicht mehr gesondert betrachtet werden kann. Laufrad und umgebendes Fluid bilden ein gekoppeltes System. Des Weiteren folgt aus den obigen Betrachtungen, dass Resonanzdrehzahlen nicht durch die Struktureigenfrequenzen sondern durch die Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems bestimmt werden.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass aufgrund der unterschiedlichen Resonanzfrequenzen bzw. Resonanzdrehzahlen die Strömungsbedingungen zum Zeitpunkt der Resonanz für die vier Hochläufe verschieden sind: Die Umfangsmachzahl des Verdichters ist lediglich für eine Resonanzfrequenz konstant eingestellt worden. Die daraus leicht unterschiedlichen Strömungszustände zum Zeitpunkt der Resonanz, sind vermutlich der Grund für die unterschiedlich hohen Resonanzpeaks in Abbildung 5.15.

## 5.6. Radseitenraumströmung

Die Radseitenraumströmung besitzt bzgl. der Resonanzdrehzahlen von akustischen Eigenmoden erheblichen Einfluss (siehe Kap. 5.7). Die unterschiedlichen Strömungsregime, die in Radseitenräumen auftreten können, sind in Kapitel 2.6 beschrieben. Je nach axialem Abstand zwischen Laufrad und Gehäuse sowie der Umfangsreynoldszahl und der Durchströmung bildet sich ein Kernbereich aus (Strömungsregime IV) oder die Grenzschichten wachsen zusammen (Strömungsregime III).

Im Folgenden werden die Strömungsverhältnisse in den Radseitenräumen des Versuchsstandes untersucht. Grundlage dieser Untersuchung sind Druckmessungen in den Radseitenräumen. Mittels der in Abbildung 4.6b dargestellten Druckentnahmestellen werden für verschiedene Betriebspunkte des Verdichters die radialen Druckverteilungen in den Radseitenräumen gemessen. Jeweils 150 Messwerte werden gemittelt. Zuvor durchgeführte Untersuchungen haben gezeigt, dass auf diese Weise ein bestmöglicher Kompromiss zwischen zeitlicher Auflösung der radialen Druckverteilung (bei Hochläufen des Verdichters) und Genauigkeit der Druckmesswerte erreicht wird. Eine größere Anzahl von Messwerten erhöht die Genauigkeit marginal, verschlechtert jedoch im Gegenzug die zeitliche Auflösung. Das prinzipielle Vorgehen sowie grundlegende Eigenschaften der Strömungen in den Radseitenräumen werden exemplarisch an zwei Betriebspunkten des Verdich-

ters beschrieben. Die Betriebspunkte liegen an der Schluckgrenze bzw. in der Kennfeldmitte des Verdichters. Der Ansaugdruck sowie die Drehzahl betragen in beiden Fällen 20 bar bzw. 13000 rpm. Der Verdichter wird mit beschauftem Diffusor betrieben.

### Strömungssymmetrie

Um sicher zu stellen, dass gemessene Druckverteilungen repräsentativ sind, wird zuvor die Strömungssymmetrie in Umfangsrichtung betrachtet. Dies geschieht durch über dem Umfang verteilte Druckentnahmestellen, die an verschiedenen Strömungspositionen im Verdichter angebracht sind (siehe Abb. 4.7). Abbildung 5.17 zeigt die Druckverteilungen in Umfangsrichtung an zwei verschiedenen Messpositionen für die beiden Betriebspunkte (die dritte in Abbildung 4.7 dargestellte Position im Ringraum des Verdichters ist aus konstruktiven Gründen lediglich im Falle des unbeschauften Diffusors verfügbar). Die Drücke sind auf den Eintrittsdruck des Verdichters bezogen. Ferner sind die relativen Abweichungen der Messstellen von ihrem gemeinsamen Mittelwert dargestellt.

Die maximalen Abweichungen betragen an beiden Messpositionen und für beide Betriebspunkte ungefähr ein Prozent, so dass die Strömung in Umfangsrichtung nahezu symmetrisch ist. Folglich sind die an einer Umfangsposition gemessenen radialen Druckverteilungen repräsentativ.

### Radiale Verteilung des Drucks und des Kernrotationsfaktors

Abbildung 5.18a zeigt die Druckverteilungen für beide Betriebspunkte in der Deckscheibenkavität. Zur Bestimmung des Kernrotationsfaktors nach Gleichung 2.15 werden die gemessenen Druckverteilungen durch Funktionen der Art

$$p(r) = a \cdot r^b + c \quad (5.24)$$

approximiert. Dies birgt den Vorteil, dass keine Unstetigkeitsstellen in den Kernrotationsfaktorverläufen auftreten. Wie aus Abbildung 5.18a ersichtlich, stimmen die approximierten Druckverteilungen gut mit den gemessenen Werten überein. Aus den approximierten Verläufen folgen mit Gleichung 2.15 und unter der Annahme getrennter Grenzschichten (Strömungsregime IV) die radialen Verläufe der Kernrotationsfaktoren. Diese sind in Abbildung 5.18b dargestellt, wobei die Werte auf den maximalen im Diagramm vorkommenden Wert  $\beta_{\max}$  bezogen sind. Zur Beurteilung der Durchströmungsrichtung werden die statischen Drücke im Eintrittsleitapparat (ELA) sowie am äußeren Radius der Kavität verglichen. Diese Messstellen entsprechen in erster Näherung den Drücken am Ein- und Austritt der Kavität. Die Drücke im ELA sind auf den Druck am äußeren Radius der Ka-

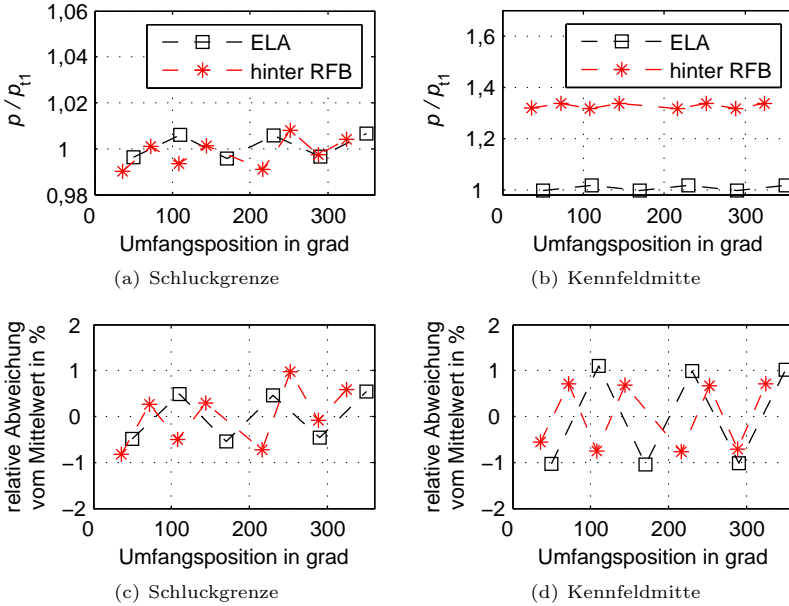


Abbildung 5.17.: Druckverteilung in Umfangsrichtung für zwei verschiedene Positionen im Verdichter und zwei unterschiedliche Betriebspunkte

vität bezogen. Wie aus Abbildung 5.18c ersichtlich, sind diese unabhängig vom betrachteten Betriebspunkt kleiner als eins, so dass die Kavität zentripetal durchströmt wird. Der Leakagestrom gelangt somit unmittelbar hinter dem Laufradaustritt in die Kavität und besitzt einen hohen Drall. Bei potentialtheoretischer Betrachtung gilt die Drallerhaltung der Strömung [23]:

$$c_u(r) \cdot r = \omega(r) \cdot r^2 = \text{const.} \quad (5.25)$$

$$\Rightarrow \beta(r) \cdot \omega_{\text{shaft}} \cdot r^2 = \text{const.}, \quad (5.26)$$

wobei  $r$  die radiale Position und  $c_u(r)$  bzw.  $\omega(r)$  die Umfangskomponente der Geschwindigkeit bzw. die Rotationsgeschwindigkeit der Strömung an der radialen Position  $r$  sind. Folglich nimmt mit kleiner werdender radialer Position die Umfangskomponente der Strömungsgeschwindigkeit zu und der Kernrotations-



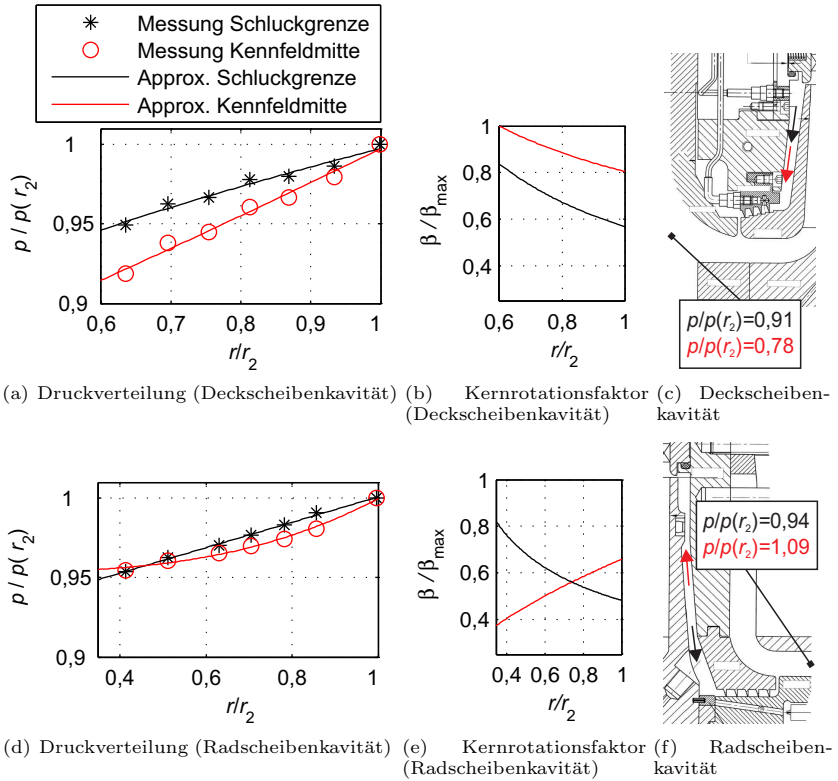


Abbildung 5.18.: Radiale Verteilung des Drucks und des Kernrotationsfaktors in der Rad- und Deckscheibenkavität für zwei Betriebspunkte

faktor steigt. Dieser Trend ist in Abbildung 5.18b trotz vorhandener Dissipation zu erkennen.

Aufgrund des an der Schluckgrenze größeren Massenstroms des Verdichters richtet sich die Strömung am Laufradaustritt auf und die Umfangskomponente  $c_{2u}$  der aus dem Laufrad austretenden Strömung ist geringer als in der Kennfeldmitte (siehe Abbildung 5.19). Demzufolge ist der Drall der in die Kavität eintretenden Leakageströmung an der Schluckgrenze ebenfalls geringer als in der Kennfeldmitte. Dies bestätigt Abbildung 5.18b für die hier betrachteten Betriebspunkte.

Der Kernrotationsfaktor in der Deckscheibenkavität ist während des Verdichterbetriebs in der Kennfeldmitte um ca. 20% höher als während des Betriebs an der Schluckgrenze (unabhängig von der betrachteten radialen Position). Neben dem höheren Drall der in die Kavität eintretenden Strömung ist der Leakagestrom in der Kennfeldmitte aufgrund der höheren Druckdifferenz über der Kavität größer (siehe Abb. 5.18c).

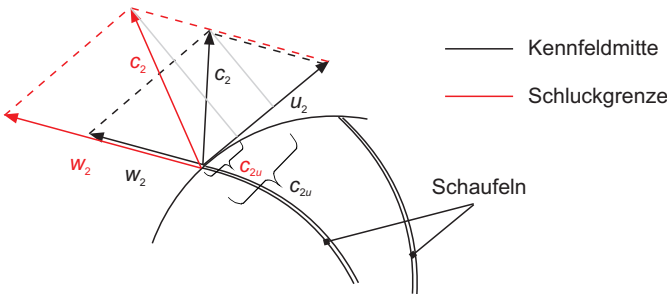


Abbildung 5.19.: Geschwindigkeitsdreiecke am Laufradaustritt für zwei unterschiedliche Betriebspunkte unter der Annahme eines konstanten und schaufelkongruenten Abströmwinkels

Abbildung 5.18d zeigt die Druckverteilungen beider Betriebspunkte in der Radscheibenkavität. Die approximierten Druckverteilungen stimmen erneut gut mit den gemessenen Werten überein (die Druckentnahmestelle bei  $r = 0,93D_2$  ist aufgrund von Leckagen von den Auswertungen ausgeschlossen). Zur Beurteilung der Durchströmungsrichtung werden die statischen Drücke am äußeren Radius der Kavität und stromabwärts der Rückführschaufeln hinter der 90°-Umlenkung betrachtet. Die Druckmesswerte hinter der Rückführbeschaufelung sind analog zur Deckscheibenkavität auf den Druck am äußeren Radius der Radscheibenkavität bezogen. Die Werte sind in Abbildung 5.18f aufgeführt. Abhängig vom Betriebspunkt des Verdichters variiert die Durchströmungsrichtung der Radscheibenkavität: Nahe der Schluckgrenze führen hohe Strömungsgeschwindigkeiten und Stoßverluste in beiden Leiträdern (Diffusor und Rückführschaufeln) zu einem Druckabfall. Der Druck hinter den Rückführschaufeln ist geringer als am Laufradaustritt ( $p/p(r_2) < 1$ ), so dass die Strömungsrichtung zentripetal ist. In der Kennfeldmitte in der Nähe des Auslegungspunktes sind die Strömungsgeschwindigkeiten und die Stoßverluste geringer. Dynamischer Druck wird in

den Leiträdern in statischen Druck umgewandelt. Folglich ist dieser hinter der Rückführbeschaufelung größer als am Laufradaustritt ( $p/p(r_2) > 1$ ). Die Radscheibenkavität wird somit in der Kennfeldmitte zentrifugal durchströmt. Die in die Kavität eintretende Strömung besitzt eine geringe Umfangsgeschwindigkeit, da der Strömung ein Großteil des Dralls durch die Rückführschaufeln entzogen wurde. Dem Fluid wird somit nach der Durchströmung der Labyrinthdichtung durch die rotierende Radscheibe Drall übertragen. Folglich nimmt der Drall der Strömung mit steigender radialer Komponente zu. Je nach Zunahme des Dralls steigt unter Umständen trotz größer werdender radialer Position ebenfalls der Kernrotationsfaktor<sup>18</sup>. Dies ist bei dem hier betrachteten Betriebspunkt der Fall: Der Kernrotationsfaktor nimmt vom inneren zum äußeren Radius der Kavität zu (siehe Abb. 5.18e).

Für den Betriebspunkt an der Schluckgrenze ähnelt der radiale Verlauf des Kernrotationsfaktor in der Radscheibenkavität dem Verlauf in der Deckscheibenkavität: Der Kernrotationsfaktor nimmt kontinuierlich vom äußeren zum inneren Radius zu.

Der grundlegende Unterschied der Strömungscharakteristik in der Radscheibenkavität in Abhängigkeit vom Betriebspunkt ist ebenfalls bei Betrachtung der radialen Druckverläufe ersichtlich. In der Kennfeldmitte ergibt sich ein nach unten gebeugter Kurvenverlauf. An der Schluckgrenze ist der Druckverlauf analog zu den Verläufen in der Deckscheibenkavität nach oben gebeugt (siehe Abb. 5.18d).

### Klassifizierung der Strömungszustände nach Daily und Nece

Da für den Betriebspunkt an der Schluckgrenze beide Radseitenräume zentripetal durchströmt werden, sind nahezu gleiche Kernrotationsfaktoren am äußeren Radius der Kavitäten erwartet worden. Die aus den approximierten Druckverläufen bestimmten Werte weichen jedoch um 11,6% voneinander ab (vergleiche Abb. 5.18b) und e)). Ein möglicher Grund für die unterschiedlichen Werte können zusammengewachsene Grenzschichten in der Radscheibenkavität sein. Gleichung 2.15 zur Berechnung des Kernrotationsfaktors wäre in diesem Fall nicht gültig. In diesem Fall existiert kein Kernbereich und Schubspannungen müssen in der gesamten Kavität berücksichtigt werden.

Zur genaueren Beurteilung wird versucht, die Strömungen in den Radseitenräu-

---

<sup>18</sup>Da der Drall proportional zum Produkt aus Umfangskomponente der Strömungsgeschwindigkeit und radialer Position ist, kann dieser mit größer werdender radialer Position zunehmen, auch dann, wenn die Umfangskomponente der Strömungsgeschwindigkeit abnimmt (siehe Gl. 5.25).

men einem Strömungsregime nach Daily und Nece zuzuordnen. Die Umfangsreynoldszahlen (siehe Gl. 2.14) in den Kavitäten betragen für die Hochläufe mit einem Eintrittsdruck von 20 bar zwischen  $2 \cdot 10^7$  und  $6 \cdot 10^7$ . Aus der Geometrie folgen die dimensionslosen axialen Breiten  $G$  der Deck- und Radscheibenkavität. Da die Breiten der Kavitäten nicht konstant über der radialen Erstreckung sind, existiert pro Kavität ein minimaler und maximaler Wert. Diese Daten sind in das Diagramm nach Daily und Nece eingetragen (siehe Abb. 5.20).

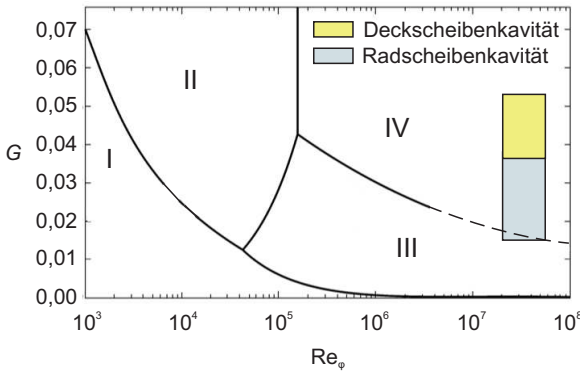


Abbildung 5.20.: Einordnung der Strömung in den Radseitenräumen nach Daily und Nece [24]

Aus Abbildung 5.20 ist ersichtlich, dass die Strömung nach Daily und Nece hochgradig turbulent ist. Ferner werden in der Deckscheibenkavität aufgrund der größeren Breite getrennte Grenzschichten erwartet (Strömungsregime IV), wohin-gegen die Prognose bzgl. der Radscheibenkavität vom jeweiligen Betriebspunkt abhängt.

Die Strömung in der Radscheibenkavität befindet sich im Übergangsbereich von Strömungsregime III und IV. Ferner beruht die Lage der Grenze für hohe Reynoldszahlen zwischen den Strömungsregimen III und IV lediglich auf einer Extrapolation und ist nicht experimentell validiert. Ob sich während des Verdichterbetriebes in der Radscheibenkavität getrennte Grenzschichten ausbilden, ist daher fraglich. CFD-Simulationen der Radscheibenkavität für verschiedene Betriebspunkte bestätigen, dass abhängig von der radialen Position und des Betriebspunktes die Grenzschichten sowohl getrennt als auch verschmolzen auftreten.

ten können.

### **Bestimmung der Kernrotationsfaktoren während eines Hochlaufs**

Analog zum obigen Vorgehen werden für Hochläufe des Verdichters die Kernrotationsfaktoren in Abhängigkeit von der Drehzahl und der radialen Position mittels der gemessenen radialen Druckverläufe ermittelt. Wie oben beschrieben, werden jeweils 150 Messdaten gemittelt. Während der Aufnahme dieser Messdaten ändert sich die Drehzahl des Verdichters um ca. 80 rpm. Innerhalb dieser Drehzahlspanne sind die Änderungen der radialen Druckverläufe minimal und können vernachlässigt werden.

Vorab durchgeführte Tests belegen, dass die bestimmten Kernrotationsfaktoren unabhängig davon, ob die zugrundeliegenden Druckverteilungen bei stationärem oder quasistationärem (Hochlaufversuche) Betrieb des Verdichters gemessen worden sind, übereinstimmen. Die für einen Hochlauf ermittelten Kernrotationsfaktoren sind eine Funktion der radialen Position und der Drehzahl. Diese auf experimentellem Weg bestimmten Kernrotationsfaktoren fließen direkt in die Auswertungen bzgl. akustischer Resonanzen ein (siehe Abb. 5.22).

## **5.7. Akustische Resonanzen**

In Kapitel 3.4 sind die mittels FEA berechneten akustischen Eigenmoden für die Versuchsstandgeometrie vorgestellt worden. Innerhalb aller berechneten Eigenmoden existieren Eigenmoden, die sich lediglich über die Radseitenräume erstrecken. Diese lokalen Eigenmoden ähneln bzgl. der Form den Eigenmoden des Laufrades.

Wird der Gaskörper in den Radseitenräumen während des Verdichterbetriebes mit einer Frequenz zu Schwingungen angeregt, die einer akustischen Eigenfrequenz gleicht, antwortet dieser mit überhöhten Schwingungsamplituden (Druckschwankungen). Der Gaskörper befindet sich in Resonanz. Die erzwungene Schwingungsform des Gaskörpers ähnelt dem zur Eigenfrequenz zugehörigen akustischen Eigenmode. Daher wird im Folgenden auch von der Anregung eines akustischen Eigenmodes gesprochen, obwohl die erzwungene Schwingung nicht zwangsweise vollständig mit dem akustischen Eigenmode übereinstimmt. Die angeregte erzwungene Schwingungsform wird als akustischer Mode (Mode: Schwingungsform; nicht zu verwechseln mit Eigenmode: Eigenschwingungsform) bezeichnet.

Gleicht ein akustischer Mode einer Laufradeigenschwingungsform bzgl. der Frequenz und der Form ( $m_{ac} = m_{st}$ ), wird dieser als effektive Anregungsquelle für Laufradschwingungen angenommen. Um die Anregung der Struktur durch akustische Moden zu untersuchen, muss zunächst verstanden werden, wann und wie diese im Verdichter angeregt werden. Grundlage für Folgeuntersuchungen ist des Weiteren der experimentelle Nachweis, dass akustische Resonanzen in den Radseitenräumen während des Verdichterbetriebs auftreten.

In diesem Kapitel wird zunächst ein Anregungsmodell vorgestellt, das die Anregung akustischer Moden durch TSM beschreibt und mittels dessen Resonanzdrehzahlen bzw. Resonanzmachzahlen prognostiziert werden. Im Anschluss wird der experimentelle Nachweis des Anregungsmodells erbracht. Der essentielle Einfluss der Radseitenraumströmung auf die akustischen Moden wird beschrieben. Des Weiteren wird untersucht, ob die akustischen Moden gekoppelt in Rad- und Deckscheibenkavität auftreten oder separat jeweils in einer Kavität. Der Fokus liegt dabei auf der Anregung akustischer Eigenmoden, die keine in Umfangsrichtung verlaufenden Knotenlinien besitzen ( $n_{ac} = 0$ ).

Aufgrund der Ähnlichkeit akustischer und struktureller Eigenschwingungsformen wird eine Anregung akustischer Eigenmoden durch TSM erwartet, wenn die Eigenfrequenz eines akustischen Eigenmodes der Frequenz des TSMs bzgl. des gleichen Bezugssystems entspricht und die Modenordnung des TSMs der der zur Eigenfrequenz zugehörigen akustischen Eigenmodes gleicht (analog zur Anregung des Laufrades durch TSM):

$$\text{a) Frequenzgleichheit: } f_{ac}^S = f_{TS}^S = j \cdot B \cdot f_{shaft}, \quad (5.27)$$

$$\text{b) Formgleichheit: } m_{ac} = m_{TS}. \quad (5.28)$$

Die erste Resonanzbedingung ist somit erfüllt, wenn die Schaufelfrequenz oder eine Harmonische dieser einer akustischen Eigenfrequenz bzgl. des Statorsystems gleicht.

Die Berechnung der akustischen Eigenmoden ist unter der Annahme eines ruhenden Fluids erfolgt (siehe Kap. 3.4). Wie in den Kapiteln 2.6 und 5.6 thematisiert, ist die Strömung in den Radseitenräumen jedoch keineswegs in Ruhe. Unter der Annahme, dass in den Radseitenräumen die Strömungsform IV vorliegt, besitzt die Strömung einen Kernbereich, der abhängig von der radialen Position mit einer bestimmten durch den Kernrotationsfaktor definierten Geschwindigkeit rotiert. Obwohl die Rotationsgeschwindigkeit über dem Radius nicht konstant ist (siehe

Abb. 5.18), wird der Kernbereich zunächst als rotierender Festkörper idealisiert und als akustisches Bezugssystem definiert (siehe Abb. 5.21).

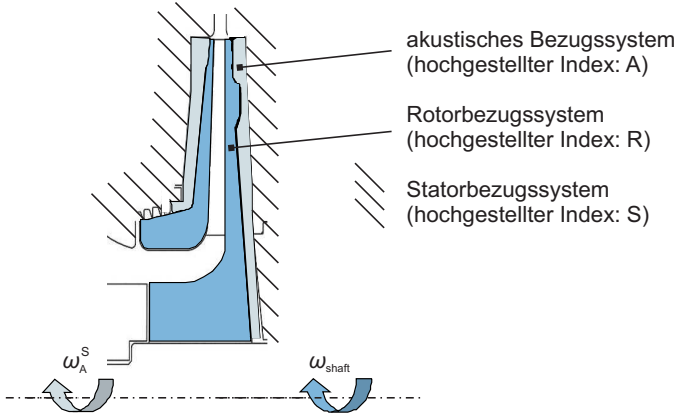


Abbildung 5.21.: Bezugssysteme

Innerhalb dieses Bezugssystems (A: akustisches Bezugssystem) sind die akustischen Eigenmoden durch ihre Eigenfrequenzen  $f_{ac}^A$  definiert. Diese Eigenfrequenzen entsprechen den mittels FEA berechneten Eigenfrequenzen. Wird ein akustischer Eigenmode angeregt, nimmt ein mit dem akustischen Bezugssystem rotierender Beobachter diese Frequenzen wahr.

Analog zu den Struktureigenschwingungsformen perfekter Scheiben ist die Ausrichtung der in radialer Richtung verlaufenden Knotenlinien der akustischen Eigenmoden abhängig von den Anfangsbedingungen. Im Falle einer kontinuierlichen (erzwungenen) Anregung durch einen rotierenden TSM wird angenommen, dass die Knotenlinien des akustischen Modes ebenfalls rotieren. Aus diesem Grund können akustische Moden wie die TSM als rotierende Druckmuster beschrieben werden, die eine durch die Eigenfrequenz definierte Phasengeschwindigkeit

$$\omega_{ac,ph}^A = \frac{2\pi \cdot f_{ac}^A}{m_{ac}} \quad (5.29)$$

besitzen, wobei  $m_{ac}$  die Modenordnung des akustischen Modes ist. Das Vorzeichen der Modenordnung definiert die Drehrichtung. Positive Moden rotieren in

die gleiche Richtung wie das Laufrad, negative entgegen der Laufraddrehrichtung.

Die Phasengeschwindigkeit bzgl. des Statorsystems folgt aus der Summe der Phasengeschwindigkeit bzgl. des akustischen Bezugssystems  $\omega_{ac,ph}^A$  und der Rotationsgeschwindigkeit des Fluides  $\omega_A^S$  (konvektiver Anteil) bzw. des Bezugssystems zu

$$\omega_{ac,ph}^S = \omega_{ac,ph}^A + \omega_A^S. \quad (5.30)$$

Die Eigenfrequenz eines akustischen Eigenmodes bzgl. des Statorsystems resultiert aus dem Produkt aus Phasengeschwindigkeit  $\omega_{ac,ph}^S$  und Modenordnung  $m_{ac}$ :

$$f_{ac}^S = \frac{\omega_{ac,ph}^S}{2\pi} \cdot m_{ac}. \quad (5.31)$$

Mit Hilfe der Gleichungen 5.29 und 5.30 sowie des per Definition vorhandenen Zusammenhangs zwischen Kernrotationsfaktor und Rotationsgeschwindigkeit des akustischen Bezugssystems

$$\beta = \frac{\omega_A^S}{\omega_{shaft}}$$

wird Gleichung 5.31 umgeformt zu

$$f_{ac}^S = \left( \frac{\omega_{ac,ph}^A + \omega_A^S}{2\pi} \right) \cdot m_{ac} = f_{ac}^A + m_{ac} \cdot \beta \cdot f_{shaft}. \quad (5.32)$$

Einsetzen von Gleichung 5.32 in Gleichung 5.27 liefert die Drehzahlen  $f_{shaft,res}$  bei denen eine akustische Eigenfrequenz der Schaufelfrequenz oder Vielfachen dieser gleicht und folglich die erste Resonanzbedingung erfüllt ist:

$$\begin{aligned} f_{ac}^S &= f_{TS}^S \\ \Leftrightarrow f_{ac}^A + m_{ac} \cdot \beta \cdot f_{shaft} &= j \cdot B \cdot f_{shaft} \\ \Leftrightarrow f_{shaft,res} &= \frac{f_{ac}^A}{j \cdot B - m_{ac} \cdot \beta}. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Die akustischen Eigenfrequenzen sind direkt proportional zur Schallgeschwindigkeit. Die in der FEA definierte Schallgeschwindigkeit  $a_{FEA}$  weicht im Allgemeinen von der in den Radseitenräumen des Verdichters vorherrschenden Schallge-



schwindigkeit  $a_{RS}$  ab. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird Gleichung 5.33 erweitert zu

$$\begin{aligned} f_{\text{shaft,res}} &= \frac{f_{ac}^A}{j \cdot B - m_{ac} \cdot \beta} \cdot \frac{a_{RS}}{a_{FEA}} \\ \Leftrightarrow \frac{f_{\text{shaft,res}} \cdot D_2 \cdot \pi}{a_{RS}} &= \frac{D_2 \cdot \pi}{a_{FEA}} \frac{f_{ac}^A}{j \cdot B - m_{ac} \cdot \beta} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Die linke Seite entspricht einer Umfangsmachzahl des Verdichters. Diese Umfangsmachzahl unterscheidet sich von der in Kapitel 5.3.1 definierten und wird durch den Index „RS“ (RS: Radseitenraum) kenntlich gemacht. Aus Gleichung 5.34 folgt somit

$$M_{u,RS,res} = \frac{D_2 \cdot \pi}{a_{FEA}} \cdot \frac{f_{ac}^A}{j \cdot B - m_{ac} \cdot \beta}. \quad (5.35)$$

Die Umfangsmachzahlen, bei denen die erste Resonanzbedingung erfüllt ist (siehe Gl. 5.27), werden als Resonanzmachzahlen bezeichnet. Diese Resonanzmachzahlen sind, wie aus Gleichung 5.35 ersichtlich, abhängig vom Kernrotationsfaktor. Somit sind diese keine reine Funktion der akustischen Eigenfrequenzen  $f_{ac}^A$  und der Schaufelzahlen. Wie in Kapitel 5.6 geschildert, ändert sich der Kernrotationsfaktor in Abhängigkeit vom Betriebspunkt des Verdichters, so dass für unterschiedlich eingestellte Drosselklappenstellungen auch bei konstant angenommener akustischer Eigenfrequenz  $f_{ac}^A$  und Schallgeschwindigkeit  $a_{RS}$  verschiedene Resonanzmachzahlen resultieren. Der Einfluss des Kernrotationsfaktors auf die Resonanzmachzahlen steigt, wie aus Gleichung 5.35 ersichtlich, mit größer werdendem Betrag der Modenordnung  $m_{ac}$ .

Abbildung 5.22 zeigt schematisch das Vorgehen zur Bestimmung der Resonanzmachzahlen mittels langsamer Messdaten und Gleichung 5.35: Die zugrundeliegenden Messdaten stammen von Hochläufen des Verdichters. Mittels der in den Radseitenräumen befindlichen Thermoelemente (siehe Abb. 4.6a) werden die Temperaturen in den Radseitenräumen gemessen. Die sieben Messwerte aus Rad- und Deckscheibenkavität werden gemittelt. Aus der gemittelten Temperatur und dem mittleren Druck wird unter Berücksichtigung des Realgasverhaltens die mittlere Schallgeschwindigkeit in den Radseitenräumen in Abhängigkeit von der Drehzahl bestimmt. Diese dient zur Umrechnung der Verdichterfrequenz in die Umfangsmachzahl  $M_{u,RS}$ .

Wie in Kapitel 5.6 beschrieben, wird aus den Druckmessdaten aus Rad- und

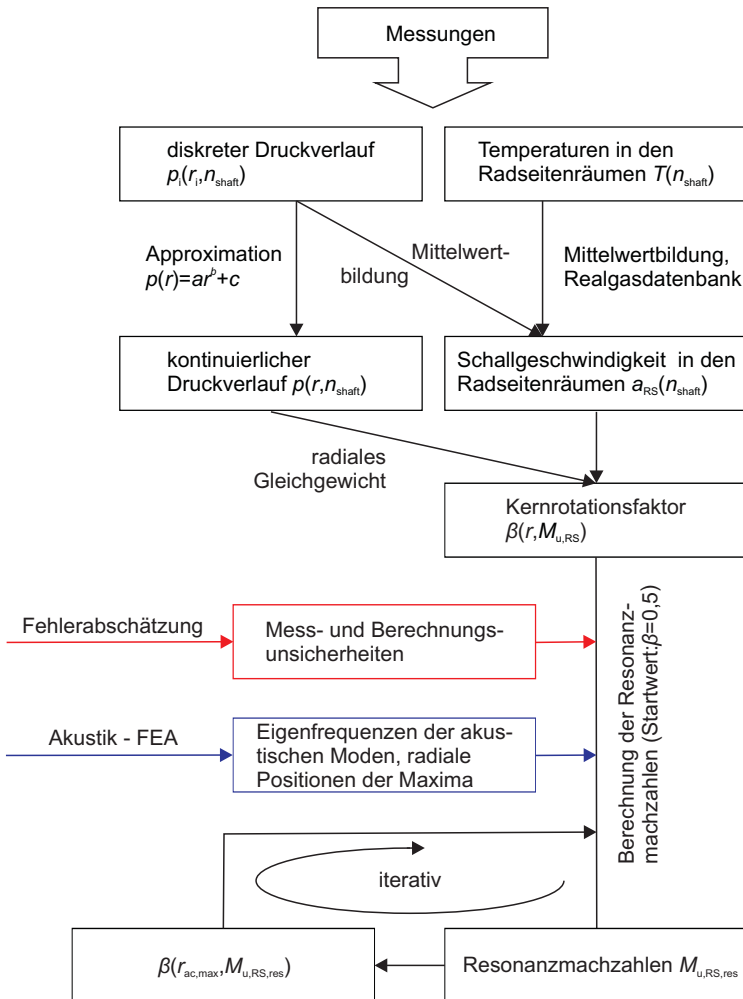


Abbildung 5.22.: Schematisch dargestelltes Vorgehen zur Bestimmung der Resonanzmachzahlen

Deckscheibenkavität der radiale Druckverlauf in Abhängigkeit von der Drehzahl bestimmt. Die gemessenen Druckverläufe werden nach Gleichung 5.24 approximiert. Aus den approximierten Verläufen werden die Kernrotationsfaktoren ermittelt, welche eine Funktion der radialen Position und der Drehzahl bzw. Umfangsmachzahl sind.

Aufgrund der Abhängigkeit des Kernrotationsfaktors von der Umfangsmachzahl ist eine direkte Bestimmung der Resonanzmachzahlen nach Gleichung 5.35 nicht möglich. Die Berechnung erfolgt iterativ für einen Startwert des Kernrotationsfaktors von 0,5. Da der Kernrotationsfaktor entgegen der zunächst getroffenen Annahme für einen bestimmten Betriebspunkt nicht konstant ist, sondern von der radialen Position in der Rad- bzw. Deckscheibenkavität abhängt, ergibt sich die Frage nach dem richtigen bzw. sinnvollen mittleren Wert des Kernrotationsfaktors für die Umrechnung der akustischen Eigenfrequenzen ins Statorbezugssystem (siehe Gl. 5.32) bzw. für die Bestimmung der Resonanzmachzahlen (siehe Gl. 5.35). In den Auswertungen hat sich gezeigt, dass die Kernrotationsfaktoren an den radialen Positionen der akustischen Druckmaxima zu guten Übereinstimmungen zwischen vorhergesagten und tatsächlichen Resonanzmachzahlen führen. Die Positionen der Maxima werden anhand der mittels FEA berechneten akustischen Eigenmoden bestimmt. So wird z.B. zur Berechnung der Resonanzmachzahl des Eigenmodes  $m_{ac} = -16$  (bzgl. der Radscheibenkavität) der Kernrotationsfaktor an der in Abbildung 5.30b kenntlich gemachten Stelle  $r_{ac,max}$  genutzt.

Zum Zeitpunkt der Resonanz gleicht die Eigenfrequenz des jeweiligen akustischen Eigenmodes der Schaufelfrequenz oder einer Vielfachen dieser:

$$f_{ac}^{*S} = j \cdot B. \quad (5.36)$$

Die Frequenz bzgl. des Rotorsystems folgt aus der Differenz der Phasengeschwindigkeit des jeweiligen akustischen Modes bzgl. des Statorbezugssystems  $\omega_{ac,ph}^S$  und der Rotationsgeschwindigkeit des Laufrades  $\omega_{shaft}$  zu

$$\begin{aligned} f_{ac}^R &= \left| \left( \frac{\omega_{ac,ph}^S - \omega_{shaft}}{2\pi} \right) \cdot m_{ac} \right| \\ &= |f_{ac}^S - m_{ac} \cdot f_{shaft}| \\ &= |(j \cdot B - m_{ac}) \cdot f_{shaft}|, \end{aligned}$$

bzw. auf die Drehzahl bezogen:

$$f_{ac}^{*R} = |j \cdot B - m_{ac}|. \quad (5.37)$$

Wie in Kapitel 5.5 bereits beschrieben, existieren aus messtechnischer Sicht keine negativen Frequenzen. Aus diesem Grund sind die Betragsstriche in den obigen Gleichungen eingeführt worden. Auf die Betragsstriche bei den Frequenzvariablen wird analog zur Konvention bzgl. der TSM verzichtet.

Unter Berücksichtigung der zweiten Resonanzbedingung ( $m_{ac} = m_{TS}$ ) resultiert aus Gleichung 5.37 mit Gleichung 5.14, dass die auf die Drehzahl bezogenen akustischen Eigenfrequenzen bzgl. des Rotorsystems zum Zeitpunkt der Resonanz Linearkombinationen der Leitradschauelfzahlen entsprechen:

$$f_{ac}^{*R} = |j \cdot B - m_{ac}| = |j \cdot B - m_{TS}| = \left| - \sum_{i=1}^3 k_i \cdot V_i \right|. \quad (5.38)$$

Des Weiteren folgt aus den Gleichungen 5.36 und 5.37 mit Gleichung 5.14, dass aus der Differenz bzw. Summe der dimensionslosen Frequenzen die Modenordnung des in Resonanz befindlichen akustischen Modes bestimmt werden kann. Die Nicht-Eindeutigkeit resultiert daraus, dass experimentell lediglich die Beträge der Frequenzen bestimmt werden. Aus diesem Grund existieren bei gegebenen gemessenen Frequenzen bzgl. des Stator- und Rotorbezugssystems jeweils zwei mögliche Modenordnungen:

$$f_{ac}^{*S} + f_{ac}^{*R} = m_{ac} \quad (5.39)$$

bzw.

$$f_{ac}^{*S} - f_{ac}^{*R} = m_{ac}. \quad (5.40)$$

Gleichung 5.39 führt zu sehr hohen Modenordnungen, die aufgrund der daraus resultierenden hohen Eigenfrequenzen der akustischen Eigenmoden nicht im Drehzahlregelbereich des Verdichters angeregt werden und somit für den hier betrachteten Versuchsaufbau ausgeschlossen werden können. Folglich stellt Gleichung 5.40 eine Möglichkeit dar, auf experimentellem Wege die Modenordnung eines in Resonanz befindlichen akustischen Modes zu bestimmen.

Da die TSM die Anregungsquelle der akustischen Moden darstellen, unterscheiden sich zum Zeitpunkt der Resonanz die aus der Laufrad/Leitrad-Interaktion re-

sultierenden Druckschwankungen bzgl. der Frequenz nicht von den Druckschwankungen aufgrund des angeregten akustischen Eigenmodes. Gemessene Druckschwankungen stellen somit eine Überlagerung beider Effekte dar.

Die in der Interaktion von Laufrad und Leitrad begründeten Druckschwankungen sind abhängig vom Betriebspunkt des Verdichters. Während eines Hochlaufs ändern sich die Drehzahl des Verdichters und damit die Strömungsverhältnisse im Verdichter kontinuierlich. Eine sprunghafte Änderung des Betriebspunktes findet nicht statt. Ohne akustische Resonanz ist daher ein stetig differenzierbarer Verlauf (ohne Peaks) der drehzahlharmonischen Anteile der Druckschwankungen im Verdichter zu erwarten.

Akustische Resonanzen hingegen werden bei einer bestimmten Drehzahl angeregt. Je nach Dämpfung folgt daraus ein mehr oder weniger diskreter Peak bei dieser Resonanzmachzahl. Dies ermöglicht trotz der Überlagerung beider Effekte die Identifizierung von akustischen Moden in Drucksignalen.

### 5.7.1. Experimenteller Nachweis

Mit Hilfe der Gleichungen 5.35 und 5.38 können, basierend auf den langsamen Messdaten, den berechneten akustischen Eigenfrequenzen und dem im vorherigen Kapitel vorgestellten Anregungsmodell, Übersichtsdiagramme erstellt werden, die alle theoretisch im Drehzahlregelbereich des Verdichters vorhandenen Resonanzstellen enthalten.

Da die Resonanzmachzahlen vom Kernrotationsfaktor abhängen, sind diese Diagramme Hochlauf-spezifisch. Aufgrund der im Allgemeinen unterschiedlichen Kernrotationsfaktoren in Rad- und Deckscheibenkavität wird des Weiteren angegeben, für welche Kavität das jeweilige Diagramm gilt. Da, wie später gezeigt wird, die akustischen Moden separat in der Rad- bzw. Deckscheibenkavität auftreten und somit nicht gekoppelt sind, werden zur Vorhersage der Resonanzmachzahlen die Eigenfrequenzen basierend auf den *entkoppelten* Rechengebieten genutzt (siehe Kapitel 3.4). Dabei unterliegen, wie in Kapitel 3.4 beschrieben, die Eigenfrequenzen der akustischen Moden mit einer Modenordnung kleiner fünf aufgrund der lokalen Begrenzung des Rechengebietes hohen Ungenauigkeiten. Des Weiteren sind die Eigenfrequenzen akustischer Moden mit Modenordnungen größer 16 per Extrapolation bestimmt worden. Die Extrapolation basiert auf den Frequenzen der akustischen Moden  $m_{ac} = 10$  bis 16. Die Steigung der Eigenfrequenzen mit wachsender Modenordnung kann für Moden mit Modenord-

nungen größer neun als linear angenommen werden. Der Grund dafür ist, dass die lokalen Extrema der Besselfunktionen größer neun einen nahezu konstanten Abstand besitzen (siehe dazu Kap. 2.5.2).

In den Diagrammen sind die Frequenzen der akustischen Moden bzgl. des Rotorsystems im Falle der Resonanz über den Resonanzmachzahlen dargestellt. Dies ermöglicht einen direkten Vergleich zwischen Experiment und Theorie<sup>19</sup>.

Abbildung 5.23 zeigt exemplarisch ein Übersichtsdiagramm für einen Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*) für die Deckscheibenkavität. Anregungen durch die dritte Harmonische oder höher sind vernachlässigt ( $j \leq 3$ ). Die steigenden Äste zeigen die prognostizierten Resonanzmachzahlen negativer akustischer Moden, die sinkenden Äste die der positiven Moden.

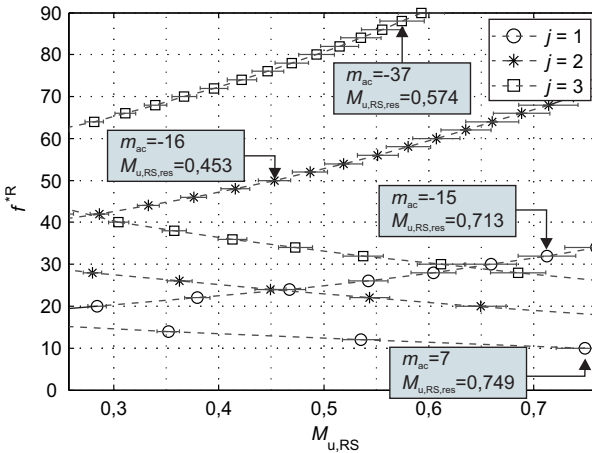


Abbildung 5.23.: Übersicht über die theoretisch innerhalb des Drehzahlregelbereichs vorhandenen akustischen Resonanzen in der Deckscheibenkavität für einen Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*)

Für jede vorhergesagte Resonanzmachzahl ist mittels zweier senkrechter Balken die Vorhersagegenauigkeit resultierend aus Mess- und Berechnungsunsicherheit

<sup>19</sup>Da, wie aus Gleichung 5.36 ersichtlich, alle akustischen Eigenfrequenzen im Falle der Resonanz der Schauffel Frequenz bzw. Vielfacher dieser gleichen, ist eine Identifizierung akustischer Moden basierend auf Messdaten aus dem Statorbezugssystem nahezu unmöglich. Der Großteil der Auswertungen basiert daher auf Messdaten aus dem Rotorsystem.

ten angegeben. Die Unsicherheiten sind abhängig von der Modenordnung des jeweiligen akustischen Modes. Eine ausführliche Abhandlung zu diesem Thema ist im Anhang A zu finden.

Die dargestellten maximalen Berechnungsfehler bzgl. der Resonanzmachzahlen berücksichtigen nicht mögliche Unsicherheiten aufgrund der dem Anregungsmodell zugrundeliegenden Annahmen:

- Die Strömung in den Radseitenräumen wird als Festkörperrotation idealisiert.
- Der Kernrotationsfaktor wird unter der Annahme des radialen Gleichgewichts bestimmt (siehe Gl. 2.15).

Vier Resonanzen sind exemplarisch herausgegriffen. Diese dienen im weiteren Verlauf des Kapitels zu detaillierten Auswertungen und werden im Folgenden kurz beschrieben:

- Eine Anregung des akustischen Modes mit der Modenordnung  $m_{ac} = 7$  durch die Schaufelfrequenz ( $f_{ac}^{*S} = 17$ ) wird bei einer Umfangsmachzahl von 0,749 erwartet. Während der Resonanz besitzt der akustische Mode bzgl. des Rotorsystems die auf die Drehzahl bezogene Frequenz  $f_{ac}^{*R} = 10$ . Der anregende TSM folgt aus der Interaktion des Laufrades mit der Diffusorbeschaufelung (nach Gleichung 5.14 mit  $j = 1$ ,  $k_{Dif} = -1$  und  $k_{ELA} = k_{RFB} = 0$ ).
- Bei einer Umfangsmachzahl von 0,713 wird die Anregung des akustischen Modes mit der Modenordnung  $m_{ac} = -15$  vorhergesagt. Der Mode rotiert entgegen der Laufraddrehrichtung. Die Anregung erfolgt durch die Schaufelfrequenz ( $f_{ac}^{*S} = 17$ ). Die Frequenz bzgl. des Rotorsystems beträgt  $f_{ac}^{*R} = 32$ . Aus der Interaktion des Laufrades mit den Diffusor- und Rückführschaufeln resultiert der anregende TSM (nach Gleichung 5.14 mit  $j = 1$ ,  $k_{Dif} = -1$  und  $k_{RFB} = -1$  und  $k_{ELA} = 0$ ).
- Die Anregung des akustischen Modes  $m_{ac} = -16$  durch die erste Harmonische der Schaufelfrequenz ( $f_{ac}^{*S} = 34$ ) wird bei einer Umfangsmachzahl von 0,453 prognostiziert. Die Frequenz bzgl. des Rotorsystems beträgt  $f_{ac}^{*R} = 50$ . Der anregende TSM entsteht durch die Interaktion des Laufrades mit der Diffusorbeschaufelung (nach Gleichung 5.14 mit  $j = 2$ ,  $k_{Dif} = -5(!)$  und  $k_{RFB} = 0$  und  $k_{ELA} = 0$ ).

- Das vierte Beispiel umfasst die Anregung des akustischen Modes mit der Umfangsordnung  $m_{ac} = -37$ . Die Anregung erfolgt durch die zweite Harmonische der Schaufelfrequenz, so dass die Frequenzen des akustischen Modes bzgl. des Stator- bzw. Rotorbezugssystems  $f_{ac}^{*S} = 51$  bzw.  $f_{ac}^{*R} = 88$  betragen. Der anregende TSM ist nur unter Berücksichtigung hoher harmonischer Indices nach Gleichung 5.14 ableitbar: z.B.  $j = 3$ ,  $k_{Dif} = k_{ELA} = 0$  und  $k_{RFB} = -4(!)$  oder  $j = 3$ ,  $k_{Dif} = -7(!)$ ,  $k_{ELA} = -1$  und  $k_{RFB} = 0$  oder  $j = 3$ ,  $k_{Dif} = -3$ ,  $k_{ELA} = -2$  und  $k_{RFB} = -1$ ). Wie bereits in Kapitel 5.5.3 beschrieben bedeutet  $k_{Dif} = 0$  nicht, dass die Diffusorschaukeln nicht als Schallquellen dienen und die Interaktion des Laufrades mit anderen Leitradern wie den Eintrittsleit- und Rückführschaukeln „verstärken“. Lediglich bei rein mathematischer Betrachtung existiert der TSM mit der Modenordnung  $m_{ac} = -37$  unabhängig davon, ob der Diffusor beschauelt oder unbeschauelt ausgeführt ist.

### Vergleich prognostizierter und experimentell ermittelter Resonanzmachzahlen mittels EO-Spektrogramm

Bevor auf diese vier akustischen Resonanzen detailliert eingegangen wird, findet ein „globaler“ Vergleich von experimentell und theoretisch ermittelten Resonanzmachzahlen statt. Dazu werden die experimentellen Daten der auf dem Rotor applizierten Drucksensoren in EO-Spektrogrammen dargestellt. Ein solches Diagramm fasst mehrere EO-Diagramme in einem Diagramm zusammen.

Abbildung 5.24 zeigt ein EO-Spektrogramm für die Deckscheibenkavität und einen Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*). Die zugrundeliegenden Daten stammen von dem Drucksensor *p-R-DK1*. Die drehzahlharmonischen Anteile der gemessenen Druckschwankung sind farblich über der Umfangsmachzahl des Verdichters dargestellt. Die Umfangsmachzahl ist mit Hilfe der mittleren Schallgeschwindigkeit in den Radseitenräumen gebildet, um eine direkte Vergleichbarkeit von experimentellen Daten und vorhergesagten Resonanzmachzahlen zu gewährleisten (siehe Gl. 5.35). Jede Zeile des Diagramms beschreibt den Verlauf eines bestimmten drehzahlharmonischen Anteils für den gesamten Hochlauf und enthält somit die gleichen Informationen wie ein EO-Diagramm. Vor der Zusammenführung der einzelnen EO-Diagramme werden diese jeweils bzgl. ihres maximalen Wertes normiert. Unterschreitet dieser maximale Wert einen definierten Scheitelwert, findet die Normierung bzgl. dieses Scheitelwertes und nicht bzgl. des maximalen Wertes statt. Aufgrund der Normierung sind sowohl Peaks in den hohen als auch in den niedrigen drehzahlharmonischen Anteilen sichtbar. Ferner



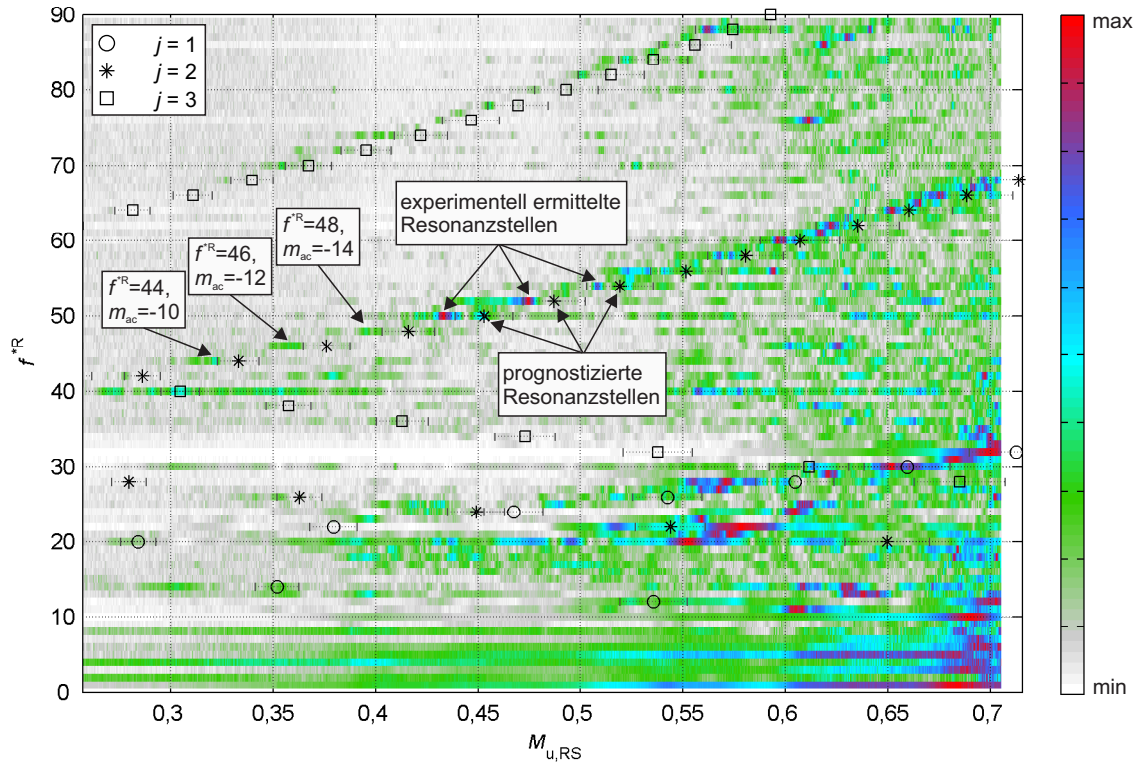


Abbildung 5.24.: EO-Spektrogramm basierend auf Messdaten von dem Drucksensor *p-R-DK1* für die Deckscheibenkavität und einen Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*)

wird durch die Einführung eines Scheitelwertes vermieden, dass drehzahlharmonische Anteile mit marginalen Druckschwankungen und ohne jegliche Peaks als rote Line (rot: maximale Druckschwankungen; siehe Farbskalierung in Abb. 5.24) dargestellt werden. Aufgrund der Normierung sind die in den EO-Spektrogrammen dargestellten Amplituden nur innerhalb einer Drehzahlharmonischen (Zeile) vergleichbar.

Vorteile dieser Darstellungsart sind die direkte Vergleichbarkeit von experimentell ermittelten und prognostizierten Resonanzstellen sowie die Möglichkeit, den Einfluss des Kernrotationsfaktors bzgl. der Resonanzmachzahlen unmittelbar zu erkennen. Die Farbskala ist so gewählt, dass akustische Resonanzen, je nach Amplitude, als grüner, blauer oder roter Bereich sichtbar sind. Des Weiteren sind analog zu Abbildung 5.23 die prognostizierten Resonanzmachzahlen in das Diagramm eingetragen. Abbildung 5.24 zeigt somit die gleichen Informationen wie Abbildung 5.23, wobei ergänzend die experimentellen Daten hinterlegt sind.

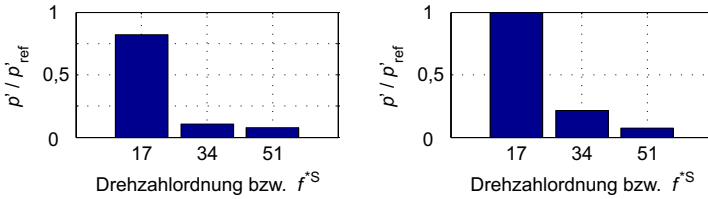
Wie aus Abbildung 5.24 ersichtlich, treten bei einer Vielzahl der prognostizierten Machzahlen akustische Resonanzen auf. Vor allem die Anregungen der akustischen Moden mit negativer Modenordnung (steigende Äste) sind deutlich zu erkennen (siehe die drei Beispiele in der Mitte von Abb. 5.24). Die experimentell ermittelten Resonanzmachzahlen stimmen gut mit den prognostizierten Werten überein. Eine detaillierte Betrachtung der Abweichungen findet im Anschluss an die globalen Auswertungen anhand der vier exemplarisch herausgegriffenen akustischen Resonanzen statt.

Die Gründe dafür, dass einige akustische Resonanzen nicht detektiert werden, bzw. die Anregung des akustischen Modes aus Abbildung 5.24 nicht ersichtlich ist, sind:

- Abbildung 5.25 zeigt für Hochläufe an der Schluckgrenze bzw. in der Kennfeldmitte die zur Schaufelfrequenz und Harmonischen zugehörigen mittleren Druckschwankungen (analog zu Abbildung 5.10). Die Messdaten stammen von dem Drucksensor *p-S-DK1*. Die Amplituden sind auf den maximalen Wert beider Diagramme normiert. Dieser Wert wird als  $p'_{\text{ref}}$  bezeichnet. Die Amplituden der Druckschwankungen nehmen mit steigendem harmonischem Index exponentiell ab. Aus diesem Grund besitzen akustische Moden, welche durch eine Harmonische der Schaufelfrequenz angeregt werden, im Allgemeinen geringere Amplituden als die durch die Schaufelfrequenz angeregten Moden. Daher sind diese lediglich im hochfrequenten Bereich zu erkennen, wo die mittleren Druckschwankungen minimal sind. Dies im-

pliziert, dass Resonanzpeaks positiver Moden, die bzgl. des Rotorsystems (bei gleicher betragsmäßiger Modenordnung) niederfrequenter als negative Moden sind, aufgrund höherer mittlerer Druckschwankungen im niederfrequenten Bereich nicht detektierbar sind.

- In Kapitel 5.3.1 ist hergeleitet, dass die aus der Laufrad/Leitrad-Interaktion resultierenden Druckschwankungen mit steigender Umfangsmachzahl des Verdichters größer werden (siehe Gl. 5.8). Da diese die Anregung der akustischen Moden darstellen, folgt daraus im Umkehrschluss, dass das Anregungspotential bei geringen Umfangsmachzahlen niedrig ist. Dies führt dazu, dass Resonanzen, die bei geringen Umfangsmachzahlen erwartet werden, ebenfalls geringe Amplituden besitzen und nicht eindeutig bzw. gar nicht detektiert werden.



(a) Hochlauf *run-up29* (Kennfeldmitte) (b) Hochlauf *run-up34* (Schluckgrenze)

Abbildung 5.25.: Gemittelte, drehzahlharmonische Anteile der Druckschwankungen im Radseitenraum bzgl. des Statorbezugssystems (gemessen von Drucksensor *p-S-DK1*)

Aus Abbildung 5.24 ist weiterhin ersichtlich, dass akustische Resonanzen, wie aufgrund der zweiten Resonanzbedingung gemäß Gleichung 5.28 erwartet, vor allem in den geradzahligen drehzahlharmonischen Anteilen auftreten (siehe Gl. 5.38). Dies ist unter anderem im Machzahlbereich von 0,3 bis 0,5 anhand der angeregten akustischen Moden  $m_{ac} = -10$  bis  $-18$  ( $f^{*R} = 44$  bis  $52$ ) zu erkennen. Die akustischen Moden  $m_{ac} = -10$ ,  $-12$  und  $-14$  sind zur besseren Orientierung in 5.24 markiert. Innerhalb der Druckamplitudenverläufe der ungeraden drehzahlharmonischen Anteile sind keine Resonanzen zu erkennen.

Dennoch sind vereinzelt Resonanzpeaks zu finden, für die die zweite Resonanzbedingung auf den ersten Blick nicht erfüllt ist. So wird z.B. bei einer Umfangsmach-

zahl von  $M_{u,RS} = 0,67$  ein akustischer Mode durch die Schaufelfrequenz angeregt, der im Falle der Resonanz bzgl. des Rotorsystems die Frequenz  $f^{*R} = 31$  besitzt. Folglich ist nach Gleichung 5.40 die Modenordnung des Eigenmodes gleich  $-14$ . Nach Gleichung 5.14 existiert für  $j = 1$  und den gegebenen Schaufelzahlen des Laufrades und der Leiträder kein TSM mit dieser Modenordnung. Aufgrund möglicher Störungen bzw. Unsymmetrien über dem Umfang des Verdichters existieren in der Realität jedoch weitere TSM, die sich nicht bei reiner Betrachtung der Schaufelzahlen ergeben. Dies bestätigt Abbildung 5.10. Die ungeraden drehzahlharmonischen Anteile sind mithilfe der TSM nach Gleichung 5.14 nicht erklärbar. Diese Anteile besitzen minimale Amplituden, welche jedoch zur Anregung eines akustischen Eigenmodes auszureichen scheinen. Die resultierenden Druckschwankungsamplituden im Falle einer akustischen Resonanz sind daher ebenfalls gering. Aufgrund der oben beschriebenen Normierung der einzelnen drehzahlharmonischen Anteile ist dies in Abbildung 5.24 nicht zu erkennen. So entspricht der Peak aufgrund der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -14$  lediglich 12% der Amplitude des akustischen Modes  $m_{ac} = -15$  ( $f^{*R} = 32$ ), der bei ähnlicher Machzahl durch die Schaufelfrequenz angeregt wird.

Des Weiteren existiert eine Vielzahl von weiteren Druckpeaks (grüne, blaue und rote Bereiche), die nicht prognostiziert worden sind. Diese sind zum großen Teil in der Anregung akustischer Eigenmoden mit Knotenlinien in Umfangsrichtung begründet ( $n_{ac} > 0$ ), die nicht Inhalt dieser Arbeit sind. Ferner werden durch die separate Normierung der einzelnen Harmonischen Anteile ebenfalls stochastische Effekte mit geringen Amplituden verstärkt dargestellt.

### **Einfluss der Radseitenraumströmung bzgl. der Resonanzmachzahlen**

Der Fehler, der folgt, wenn die Strömung in den Radseitenräumen bei der Vorhersage der Resonanzmachzahlen nicht berücksichtigt wird, ist in Abbildung 5.26 verdeutlicht. Die experimentellen Daten entsprechen denen aus Abbildung 5.24. Die prognostizierten Drehzahlen gelten jedoch (im Gegensatz zu Abb. 5.24) für einen Kernrotationsfaktor von Null, also unter Vernachlässigung der Strömung in den Radseitenräumen. Deutliche Abweichungen zwischen vorhergesagten und experimentell ermittelten Resonanzstellen sind die Folge. Ohne Berücksichtigung der Radseitenraumströmung wird keine Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie erzielt. Je nach Modenordnung betragen die Abweichungen zwischen vorhergesagten und experimentell ermittelten Resonanzmachzahlen deutlich mehr als 20%. Für drei Resonanzen sind die Abweichungen in Abbildung 5.26 graphisch dargestellt.

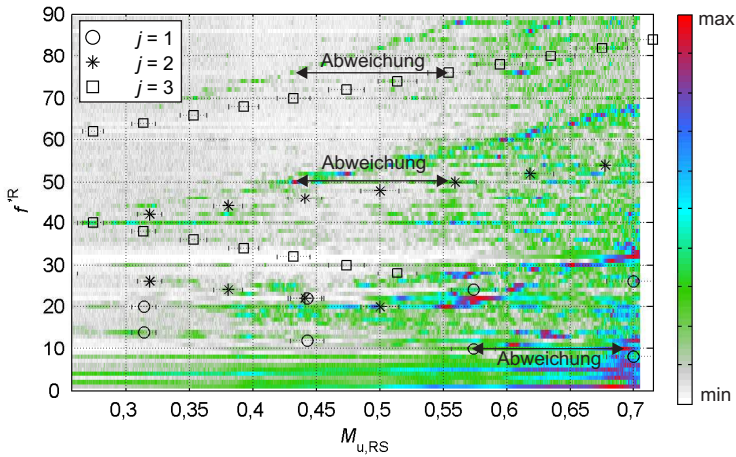


Abbildung 5.26.: EO-Spektrogramm basierend auf Messdaten von Drucksensor  $p$ - $R$ - $DK1$  für die Deckscheibenkavität und einen Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*) (prognostizierte Werte gelten unter Vernachlässigung der Radseitenraumströmung)

Der Einfluss des Kernrotationsfaktors kann ferner durch einen Vergleich der Resonanzmachzahlen zweier Hochläufe belegt werden. Abbildung 5.27 zeigt zwei EO-Spektrogramme basierend auf den Messdaten von Drucksensor  $p$ - $R$ - $DK1$ . Da der Einfluss des Kernrotationsfaktors bzgl. der Resonanzmachzahlen mit größer werdender (betragsmäßiger) Modenordnung der akustischen Moden steigt (siehe Gl. 5.35), wird der Einfluss anhand akustischer Resonanzen hoher Modenordnung untersucht. Aus diesem Grund sind lediglich die drehzahlharmonischen Anteile größer 40 dargestellt. Abbildung 5.27a zeigt das EO-Spektrogramm für den Hochlauf *run-up29* und entspricht somit einem Teilbereich von Abbildung 5.24. In Abbildung 5.27b ist analog das EO-Spektrogramm für einen Hochlauf an der Schluckgrenze (*run-up34*) dargestellt. Die Skalierungen der Abszissen der EO-Spektrogramme sind zum Zweck der besseren Vergleichbarkeit identisch gewählt. Wie für den Hochlauf in der Kennfeldmitte stimmen für Hochlauf *run-up34* prognostizierte und experimentell ermittelte Resonanzmachzahlen gut überein. Aus Gleichung 5.35 ist ersichtlich, dass sich für negative Moden mit steigendem Kernrotationsfaktor die Resonanzmachzahlen zu kleineren Werten verschieben. Dies bestätigt sich bei einem Vergleich von Abbildung 5.27a und b. Da der Kern-

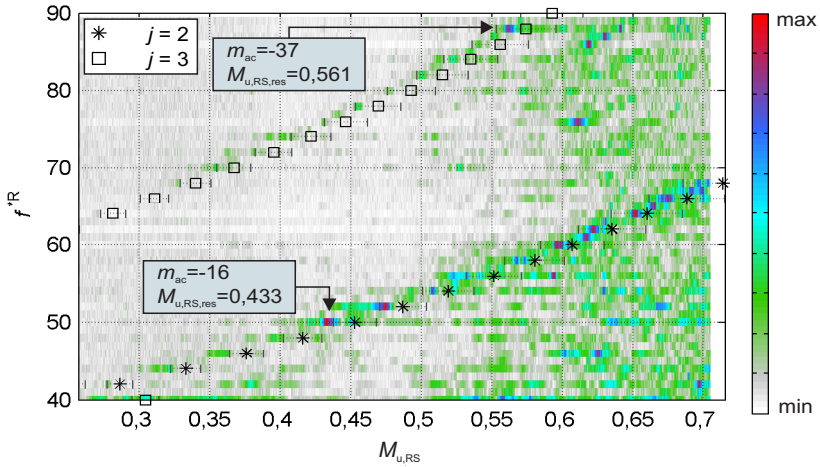
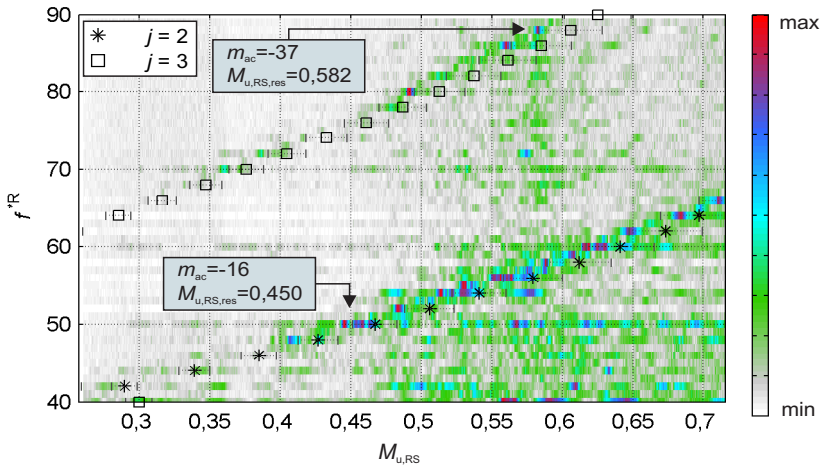
(a) Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*)(b) Hochlauf an der Schluckgrenze (*run-up34*)

Abbildung 5.27.: Vergleich der drehzahlharmonischen Anteile (40 bis 90) der Druckschwankungen in der Deckscheibenkavität für zwei Hochläufe an der Schluckgrenze und der Kennfeldmitte basierend auf Messdaten von Drucksensor *p-R-DK1*

rotationsfaktor der Deckscheibenkavität in der Kennfeldmitte größer ist als an der Schluckgrenze (siehe Abb. 5.18b), sind die experimentell ermittelten Resonanzmachzahlen der dargestellten akustischen Resonanzen für den Hochlauf in der Kennfeldmitte niedriger als für den Hochlauf an der Schluckgrenze. Dies wird an zwei Beispielen beschrieben:

1. Die Resonanzmachzahl des akustischen Modes  $m_{ac} = -37$  ( $f^{*R} = 88$ ) beträgt für den Hochlauf *run-up29* 0,561 und für den Hochlauf *run-up34* 0,582. Dies entspricht einer relativen Änderung von 3,7%.
2. Die Resonanzmachzahlen des akustischen Modes  $m_{ac} = -16$  ( $f^{*R} = 50$ ) betragen für die Hochläufe 0,433 bzw. 0,450. Die Änderung beträgt somit 3,9%.

Der Einfluss möglicher unterschiedlicher Schallgeschwindigkeiten bei beiden Hochläufen wird durch das Betrachten der Resonanzmachzahlen ausgeschlossen. Ferner ist in beiden Diagrammen die Deckscheibenkavität betrachtet, so dass die Geometrie und damit die akustischen Eigenfrequenzen  $f_{ac}^A$  unverändert sind. Lediglich die Kernrotationsfaktoren beider Hochläufe sind verschieden und somit Ursache für die unterschiedlichen Resonanzmachzahlen (vergleiche exemplarisch die radiale Verteilung des Kernrotationsfaktors in der Deckscheibenkavität für eine Drehzahl von 13000 rpm und zwei verschiedene Betriebspunkte in Abb. 5.18b). Eine Verschiebung der aus den Resonanzpeaks ableitbaren akustischen Eigenfrequenzen bzgl. des Rotorsystems ist ohne Berücksichtigung des Kernrotationsfaktors nicht möglich. Dies bestätigt neben der klaren Aussage in Abbildung 5.26, dass die Radseitenraumströmung zur Prognose von Resonanzstellen unvermeidlich berücksichtigt werden muss.

### Kopplung der akustischen Moden

Zur Untersuchung, ob die akustischen Moden gekoppelt oder separat in den Radseitenräumen auftreten, ist in Abbildung 5.28 das EO-Spektrogramm für die Radscheibenkavität dargestellt. Die zugrundeliegenden experimentellen Daten stammen von dem Drucksensor *p-R-RK1* während des Hochlaufs *run-up29*. Neben den prognostizierten Resonanzmachzahlen sind eine Vielzahl von experimentell ermittelten Resonanzstellen der Deckscheibenkavität durch Pluszeichen kenntlich gemacht (vergleiche Abb. 5.24). Dies ermöglicht einen direkten Vergleich der Resonanzmachzahlen der Rad- und Deckscheibenkavität.

Neben einer meist guten Übereinstimmung der vorhergesagten und tatsächlich

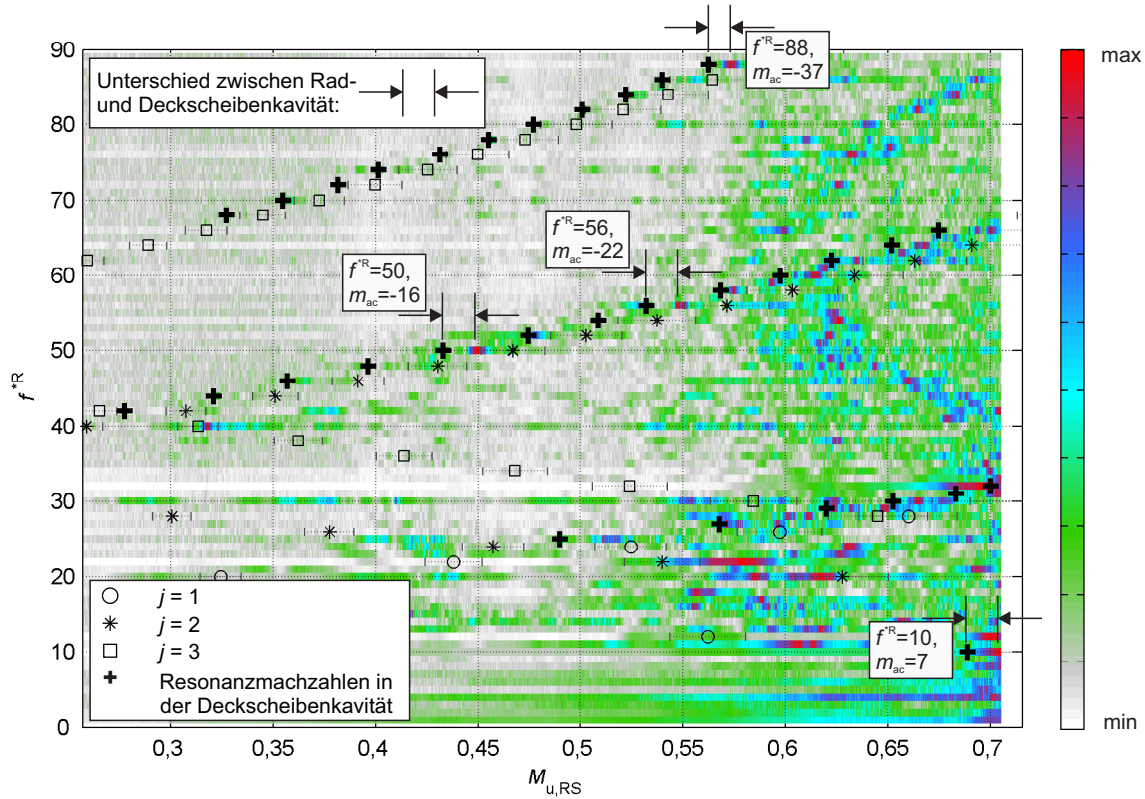


Abbildung 5.28.: EO-Spektrogramm basierend auf Messdaten von Drucksensor *p-R-RK1* für die Radscheibenkavität und einen Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*)



detektierten Resonanzmachzahlen (insbesondere für die akustischen Moden hoher Modenordnung) ist zu erkennen, dass die Resonanzen im Allgemeinen nicht zeitgleich in beiden Kavitäten auftreten. Die Resonanzmachzahlen in der Deckscheibenkavität sind geringer als in der Radscheibenkavität. Folglich treten die angeregten akustischen Moden nicht gekoppelt über Rad- und Deckscheibenkavität auf. Exemplarisch ist dies an vier Beispielen ( $m_{ac} = 7, -16, -22$  und  $-37$ ) in Abbildung 5.28 gezeigt.

Allerdings zeigt sich in späteren Detailauswertungen, dass nicht pauschal von gekoppelten oder entkoppelten Moden gesprochen werden kann. Vereinzelt liefern die Auswertungen keine eindeutige Aussage. Abhängig von der betrachteten Resonanz treten zum Teil geringe Druckschwankungen in der Radscheibenkavität auf, wenn eine Resonanz auf der Deckscheibenseite vorliegt und umgekehrt. Diese minimalen Druckschwankungen sind in EO-Spektrogrammen nicht sichtbar. Dennoch deuten die Auswertungen im Allgemeinen darauf hin, dass die in den Spektrogrammen sichtbaren Druckpeaks in Resonanzen entkoppelter Moden begründet sind. Als Konsequenz werden zur Prognose der Resonanzmachzahlen die akustischen Eigenfrequenzen basierend auf dem *entkoppelten* Rechengebiet genutzt (vergl. Kap. 3.4).

Die berechneten Eigenfrequenzen der akustischen Eigenmoden in Rad- und Deckscheibenkavität unterscheiden sich bei gleicher Modenordnung nur geringfügig. Insbesondere bei Moden mit hoher Modenordnung ist der Unterschied zu vernachlässigen. Die unterschiedlichen Resonanzmachzahlen sind daher maßgeblich in den unterschiedlichen Kernrotationsfaktoren beider Radseitenräume begründet (vergleiche Abb. 5.18b und e). So führt der in der Deckscheibenkavität höhere Kernrotationsfaktor zu den in Abbildung 5.28 ersichtlichen niedrigeren Resonanzmachzahlen der **negativen** Eigenmoden auf der Deckscheibenseite.

Der Einfluss des Kernrotationsfaktors ist nur bei nahezu identischer Eigenfrequenz der betrachteten akustischen Eigenmoden in Rad- und Deckscheibenkavität anhand der Resonanzmachzahlen ersichtlich. So führt im Falle der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = 7$  ( $f^{*R} = 10$ ) bei einer Umfangsmachzahl von ca. 0,7 die deutlich höhere Eigenfrequenz der akustischen Eigenschwingungsform auf der Radscheibenseite dazu, dass die Resonanzmachzahl in der Radscheibenkavität trotz geringeren Kernrotationsfaktors größer ist<sup>20</sup>. Ferner ist der Einfluss des Kernrotationsfaktors auf die Resonanzmachzahl geringer als für die Moden hoher Modenordnung (siehe Gl. 5.35).

<sup>20</sup>Für positive Eigenmoden verschieben sich mit sinkendem Kernrotationsfaktor die Resonanzmachzahlen zu geringeren Werten (siehe Gl. 5.35)

Die berechneten akustischen Eigenmoden erstrecken sich, wie in Kapitel 3.4 beschrieben, über Rad- und Deckscheibe. In der Berechnung ist die Strömung in den Radseitenräumen nicht berücksichtigt. Aufgrund dieser Tatsache und der separat auftretenden Resonanzen im Experiment wird die Strömung als Ursache für die Entkopplung von Rad- und Deckscheibenkavität angenommen. Aus diesem Grund wird von einer strömungsbedingten Entkopplung gesprochen.

### Exemplarische Detailauswertungen

Die Detailauswertungen der zu Beginn dieses Kapitels beschriebenen akustischen Moden findet anhand der in den Abbildungen 5.29 und 5.31 bis 5.33 dargestellten Messergebnisse statt. Diese stammen vom bereits beschriebenen Hochlauf in der Kennfeldmitte (*run-up29*). Die Abbildungen umfassen jeweils sechs EO-Diagramme der Sensoren *p-R-DK1*, *p-R-DK2*, *p-R-RK1*, *p-R-RK2*, *p-R-LA1*<sup>21</sup> und *p-S-DK1*. Diese beinhalten je nach Bezugssystem des jeweiligen Sensors (Rotor- oder Statorbezugssystem) den Amplitudenverlauf des drehzahlharmonischen Anteils der Druckschwankungen in dem der Resonanzpeak des zu analysierenden akustischen Eigenmodes erwartet wird. Folglich sind in Abbildung 5.29, welche zur Analyse der Resonanz des akustischen Modes  $m_{ac} = -16$  dient, die 50EO-Diagramme der Rotorsensoren und das 34EO-Diagramm des Sensors im Verdichtergehäuse dargestellt. Die Amplituden sind mittels eines Referenzwertes normiert. Dieser ergibt sich aus der mittleren von Drucksensor *p-S-RK1* gemessenen Amplitude des drehzahlharmonischen Anteils  $f^{*R} = 10$  während des gesamten Hochlaufs. Der Referenzwert beschreibt somit die auf das Laufrad wirkenden Druckschwankungen aufgrund der Diffusorbeschaufelung. Dieser Anteil der Druckschwankungen ist, wie aus Abbildung 5.10 ersichtlich, der dominante Anteil. Dies ermöglicht einen direkten Vergleich der aus der Interaktion von Laufrad und Diffusor resultierenden Druckschwankungen und der Amplituden der akustischen Resonanzen. Des Weiteren sind in den EO-Diagrammen die prognostizierten Resonanzmachzahlen mit und ohne Berücksichtigung des Kernrotationsfaktors mittels roter bzw. blauer Linie kenntlich gemacht. Zum Vergleich der Diagramme untereinander ist die Position des Peaks im EO-Diagramm des Sensors *p-R-DK1* in den übrigen Diagrammen grau hinterlegt.

<sup>21</sup> Die Daten von Sensor *p-R-LA1* sind lediglich bei der Instrumentierungsvariante I verfügbar und stammen von dem Hochlauf *run-up12*. Sowohl die Randbedingungen als auch die Positionen im Kennfeld der Hochläufe *run-up29* und *run-up12* sind nahezu identisch. Minimale Unterschiede in den Randbedingungen werden durch die normierte Darstellung berücksichtigt. Ferner ist bereits gezeigt worden, dass die Messergebnisse reproduzierbar sind. Aus diesem Grund können die gemessenen Daten beider Hochläufe zu einer kombinierten Auswertung herangezogen werden.

Ferner schließen die Abbildungen ein Phasen- und Kohärenzdiagramm ein. Das Phasendiagramm zeigt den Verlauf des Phasenwinkels bzgl. des relevanten drehzahlharmonischen Anteils zwischen den Drucksensoren *p-R-DK1* und *p-R-RK1*. Beide besitzen die gleiche radiale als auch die gleiche Umfangsposition, wobei der Sensor *p-R-DK1* in der Deckscheibenkavität und *p-R-RK1* in der Radscheibenkavität gelegen ist (siehe Abb. 4.1 bzw. Tab. 4.1). Der Phasenwinkel beschreibt folglich den Phasenunterschied zwischen Rad- und Deckscheibenkavität. Wird angenommen, dass zum Zeitpunkt der Resonanz der akustische Mode den betrachteten drehzahlharmonischen Anteil der Druckschwankung dominiert, kann anhand des Phasenwinkels auf Eigenschaften des akustischen Eigenmodes geschlossen werden. Dieser wird mittels der Kreuzkorrelationsfunktion beider Signale berechnet. Im Kohärenzdiagramm ist der Verlauf der Kohärenz bzgl. des betrachteten drehzahlharmonischen Anteils abgebildet. Die Kohärenz beschreibt die lineare Abhängigkeit zweier Signale. Hängen zwei Signale bzgl. einer Frequenz vollständig voneinander ab, nimmt die Kohärenz den Wert eins an. Für Grundlagen zum Thema der Signalverarbeitung wird auf Hoffmann [111] verwiesen. Eine detaillierte und anschauliche Beschreibung zu den Themen *Kohärenz* und *Kreuzkorrelation* ist in Shiavi [119] zu finden. Im Rahmen der hier beschriebenen Auswertungen wird die Kohärenz zur Beurteilung genutzt, ob eine Resonanz in beiden Kavitäten simultan auftritt. Ferner besitzt der berechnete Phasenwinkel keine Aussagekraft, wenn die Kohärenz kleiner als ca. 0,99 ist. Die Druckschwankungen sind in diesem Fall an mindestens einer der beiden Messposition stochastischen Charakters, so dass der Phasenwinkel beliebige Werte annimmt.

Mit Hilfe der EO-Diagramme der verschiedenen Sensoren kann die örtliche Ausdehnung des angeregten akustischen Eigenmodes untersucht und mit den berechneten Eigenmoden (siehe Kap. 3.4) verglichen werden. Ferner kann durch einen Vergleich der Frequenzen des akustischen Modes bzgl. des Rotor- und Statorsystems mittels Gleichung 5.40 die Modenordnung bestimmt werden. Anhand der Phasen- und Kohärenzdiagramme wird untersucht, ob die angeregten akustischen Moden separat in einem der beiden Radseitenräume auftreten oder simultan in beiden.

#### **Zu Abbildung 5.29 - Analyse der vorhergesagten Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = -16$**

Im EO-Diagramm des Sensors *p-R-DK1* ist bei einer Umfangsmachzahl von ca. 0,43 ein Peak zu erkennen (siehe Markierung ①). Die prognostizierte Resonanzmachzahl beträgt 0,45. Berechneter und experimentell bestimmter Wert weichen

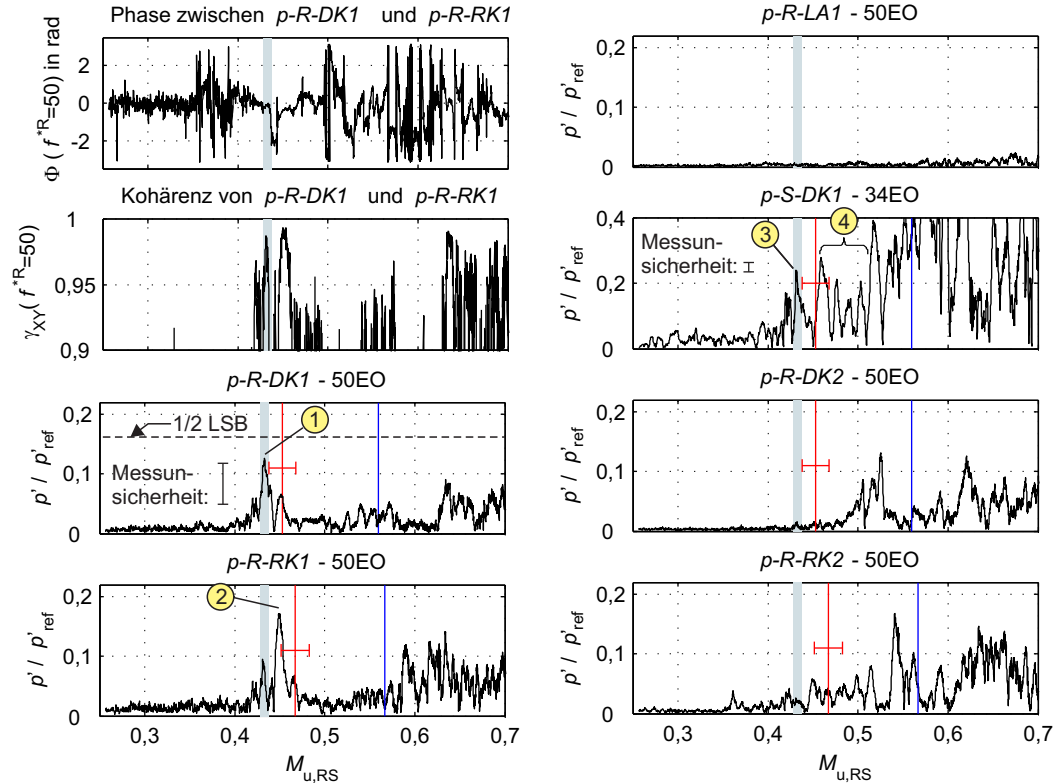


Abbildung 5.29.: EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -16$  ( $f^*S = 34$ ,  $f^*R = 50$ )

um 4% voneinander ab. Die Abweichung ist minimal größer als der eingezeichnete Fehlerbalken. Grund dafür können Unsicherheiten im Anregungsmodell sein, welche bei der Bestimmung der Unsicherheiten bzgl. der Resonanzmachzahlen nicht berücksichtigt sind (siehe Kap. A): Wie zuvor beschrieben, werden zur Bestimmung der Resonanzmachzahlen adäquate Kernrotationsfaktoren benötigt, um die akustischen Eigenfrequenzen vom akustischen ins ruhende Bezugssystem umzurechnen (siehe Gl. 5.35). In den vorliegenden Auswertungen werden zur Umrechnung die Kernrotationsfaktoren an den radialen Positionen der akustischen Druckmaxima genutzt (siehe  $r_{ac,max}$  in Abb. 5.30b). Dies führt im Allgemeinen zu einer guten Übereinstimmung von prognostizierten und experimentell bestimmten Resonanzmachzahlen. Die Bestimmung von  $r_{ac,max}$  ist aufgrund des beschränkten Rechengebietes bei der Berechnung der akustischen Eigenmoden (siehe Kap. 3.4) ebenfalls mit Unsicherheiten belegt, die zu der hier leicht größeren Abweichung führen können. Unabhängig davon ist die Übereinstimmung von prognostizierter und experimentell bestimmter Resonanzmachzahl gut. Dagegen führt eine Nichtberücksichtigung der Radseitenraumströmung zu einer berechneten Resonanzmachzahl von 0,56 (siehe blaue Linie) bzw. zu einer Abweichung von 30%.

Ferner ist die theoretische Auflösungsgrenze des AD-Wandlers der Telemetrie eingezeichnet (1/2 LSB, siehe Kap. 4.3). Ohne Rauschen in den Signalen vor der Digitalisierung durch den AD-Wandler der Telemetrie wäre der Peak im digitalisierten Signal nicht vorhanden. Dies belegt noch einmal die Relevanz des Phänomens *Dithering* bzgl. der in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse.

In der Radscheibenkavität tritt die Resonanz bei  $M_{u,RS} = 0,45$  auf (siehe Markierung ② im EO-Diagramm vom Drucksensor *p-R-RK1*). Die beiden Peaks treten somit bei unterschiedlichen Machzahlen auf. Folglich handelt es sich nicht um einen über beide Kavitäten gekoppelten akustischen Eigenmode, sondern um zwei entkoppelte Moden. Allerdings sind zum Zeitpunkt der maximalen Peaks in der jeweiligen anderen Kavität minimale Peaks zu erkennen. Eine vollständige Entkopplung von Rad- und Deckscheibenkavität tritt demzufolge nicht auf. Dies ist ebenfalls anhand des Kohärenzverlaufs zu erkennen. Bei einer vollständigen Entkopplung würde die Kohärenz nicht Werte von ca. 0,99 annehmen. Anhand des Phasendiagramms kann die Phasenverschiebung für beide Resonanzmachzahlen bestimmt werden. Diese beträgt in beiden Fällen nahezu Null. Druckschwankungen in Rad- und Deckscheibenkavität sind in Phase. Folglich resultieren die Peaks nicht aus der Anregung akustischer Eigenmoden mit axialem Knoten (vergleiche Abbildung 3.11).

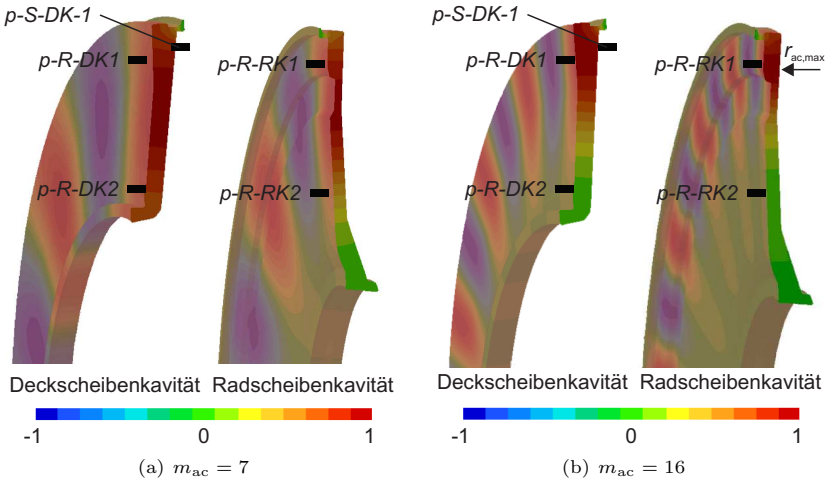


Abbildung 5.30.: Momentaufnahme der Druckverteilung von berechneten lokalen akustischen Eigenmoden: radiale Position der Druckmaxima im Verhältnis zu den Messpositionen der im Versuchsstand applizierten Drucksensoren

Abbildung 5.30b zeigt analog zu Abbildung 3.11 Momentaufnahmen der berechneten Druckverteilung der akustischen Eigenmoden  $m_{ac} = 16$  für die Rad- und Deckscheibenkavität. Die Ergebnisse basieren auf den *entkoppelten* Rechengebieten. Dabei zeigen rote Flächen Orte hoher Druckschwankungen an. Grüne Bereiche kennzeichnen Orte mit vernachlässigbaren Druckschwankungen. Ferner sind die Messpositionen der Drucksensoren skizziert. Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, dass die Detektion der akustischen Moden mit hoher Modenordnung lediglich mittels der am äußeren Radius der Kavität befindlichen Drucksensoren möglich ist. Dies bestätigen die experimentellen Ergebnisse. In den EO-Diagrammen der Drucksensoren  $p-R-DK2$  und  $p-R-RK2$  sind keine Peaks bei den zuvor ermittelten Resonanzmachzahlen von 0,43 bzw. 0,45 zu erkennen (Peaks bei höheren Machzahlen resultieren aus der Anregung akustischer Eigenmoden mit  $n_{ac} > 0$ ). Ferner werden die Resonanzen nicht in den Laufradkanälen detektiert. Dies belegt das EO-Diagramm des Sensors  $p-R-LA1$ , in dem kein Peak vorhanden ist. Die angeregten akustischen Moden auf Deck- und Radscheibenseite sind dem-

zufolge auf die Kavitäten beschränkt. Folglich bestätigen die experimentellen Daten, dass der betrachtete Peak in der Anregung eines lokalen akustischen Modus begründet ist.

Die Bestimmung der Modenordnung des angeregten Modus erfolgt durch einen Vergleich der dimensionslosen Frequenzen des akustischen Modus im Falle der Resonanz bzgl. des Stator- und Rotorsystems. In der Deckscheibenkavität werden die Druckschwankungen bzgl. beider Bezugssysteme gemessen. Wie im 34EO-Diagramm von Drucksensor *p-S-DK1* ersichtlich, tritt simultan ein Peak bzgl. des Statorsystems auf (siehe Markierungen ① und ③). Somit erfolgt die Anregung des zu analysierenden Modus, wie prognostiziert, durch die erste Harmonische der Schaufelfrequenz ( $j = 2$ ,  $f^{*S} = 34$ ). Demzufolge ist die Modenordnung des angeregten akustischen Eigenmodes nach Gleichung 5.40  $m_{ac} = -16$ .

Neben dem identifizierten Peak existieren eine Vielzahl weiterer Peaks im EO-Diagramm des Sensors *p-S-DK1*. Diese sind in den Anregungen verschiedener akustischer Moden begründet. Wie aus Abbildung 5.24 ersichtlich, wird eine Schar von akustischen Moden im Drehzahlregelbereich des Verdichters durch die erste Harmonische der Schaufelfrequenz angeregt. So resultieren z.B. die Peaks unmittelbar rechts des markierten Peaks aus Resonanzen der akustischen Eigenmoden mit den Umfangsordnungen  $m_{ac} = -18, -20, -22$  usw. (siehe Markierung ④).

Die Amplitude des angeregten Eigenmodes beträgt im Resonanzfall je nach Messposition zwischen 12 und 20% des Referenzwertes. Dabei muss beachtet werden, dass die dargestellten Verläufe, wie zuvor beschrieben, die Summe verschiedener Druckmuster darstellen. Im Falle der Resonanz wird jedoch davon ausgegangen, dass die Druckschwankungen bzgl. des Rotorsystems durch den in Resonanz befindlichen akustischen Eigenmode dominiert werden. Bezüglich des Statorsystems kann diese Annahme aufgrund der Vielzahl der Druckmuster mit gleicher Frequenz nicht getroffen werden. Durch die Überlagerung kann die Resonanzamplitude deutlich von der im Rotorsystem gemessenen abweichen.

Anhand der Auswertungen kann geschlussfolgert werden, dass die betrachteten Peaks durch die Anregung der akustischen Moden mit der Modenordnung  $m_{ac} = -16$  hervorgerufen werden. Ferner bestätigt sich, dass die angeregten Moden auf die separaten Radseitenräume begrenzt sind. Die prognostizierten Resonanzmachzahlen stimmen gut mit den tatsächlichen überein, wenn die Radseitenraumströmung berücksichtigt wird. Eine Vernachlässigung dieser führt zu erheblichen Abweichungen.

### Zu Abbildung 5.31 - Analyse der vorhergesagten Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = -37$

Analog zu Abbildung 5.29 zeigt Abbildung 5.31 die relevanten Messdaten zur Analyse der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -37$ . Da der Resonanzpeak bzgl. des Rotorsystems im Verlauf des drehzahlharmonischen Anteils 88 erwartet wird, sind die zugehörigen EO-Diagramme der auf dem Laufrad befindlichen Sensoren dargestellt. Im EO-Diagramm des Sensors *p-R-DK1* tritt bei einer Machzahl von 0,56 ein Peak auf (siehe Markierung ①). Die prognostizierte Machzahl von 0,57 weicht lediglich um 2,3% von der experimentell bestimmten ab. Eine Vernachlässigung des Kernrotationsfaktors führt dahingegen zu einer berechneten Resonanzmachzahl von 0,79 und zu einer Abweichung von 41%. Diese Machzahl liegt außerhalb des Bereichs in dem der Verdichter betrieben worden ist und wird daher nicht graphisch dargestellt.

Die Resonanzmachzahl auf der Radscheibenseite beträgt 0,57 (siehe Markierung ②). Diese stimmt ebenfalls mit dem prognostizierten Wert gut überein. Die Abweichung beträgt 2,1%. Wie anhand der unterschiedlichen Resonanzmachzahlen in Rad- und Deckscheibenkavität ersichtlich ist, sind die angeregten Eigenmoden nicht gekoppelt. Dies bestätigt der Kohärenzverlauf, der nicht über 0,98 steigt. Aufgrund der endlichen Breite der Resonanzpeaks überschneiden sich die Resonanzmachzahlen minimal, was zu einer Erhöhung der Kohärenz bis auf ca. 0,97 führt, jedoch nicht in der Kopplung der Moden begründet ist. Da die Peaks nicht simultan in Rad- und Deckscheibenkavität auftreten, ist der Phasenwinkel beliebig und enthält keine weiteren Informationen.

Wie zuvor beschrieben, sind Resonanzen akustischer Moden mit hohen Modenordnungen lediglich durch die am äußeren Radius der Kavitäten befindlichen Sensoren detektierbar. Dies bestätigt sich anhand der EO-Diagramme der Sensoren *p-R-DK2* und *p-R-RK2*. Bei den zuvor bestimmten Resonanzmachzahlen treten keine Peaks auf.

Ferner wird der lokale Charakter der akustischen Eigenmoden dadurch bestätigt, dass die Resonanz nicht im Laufradkanal detektiert wird (siehe EO-Diagramm des Sensor *p-R-LA1*).

Die Modenordnung des angeregten akustischen Eigenmodes wird anhand dessen Frequenz im Falle der Resonanz bzgl. des Stator- und Rotorsystems bestimmt. Wie aus dem 51EO-Diagramm von Sensor *p-S-DK1* ersichtlich (siehe Markierung ③), erfolgt die Anregung des Modes, wie erwartet, durch die zweite Harmonische der Schaufelfrequenz ( $j = 3$ ,  $f^{*S} = 51$ ). Die Modenordnung folgt nach Gleichung 5.40 zu  $-37$ .



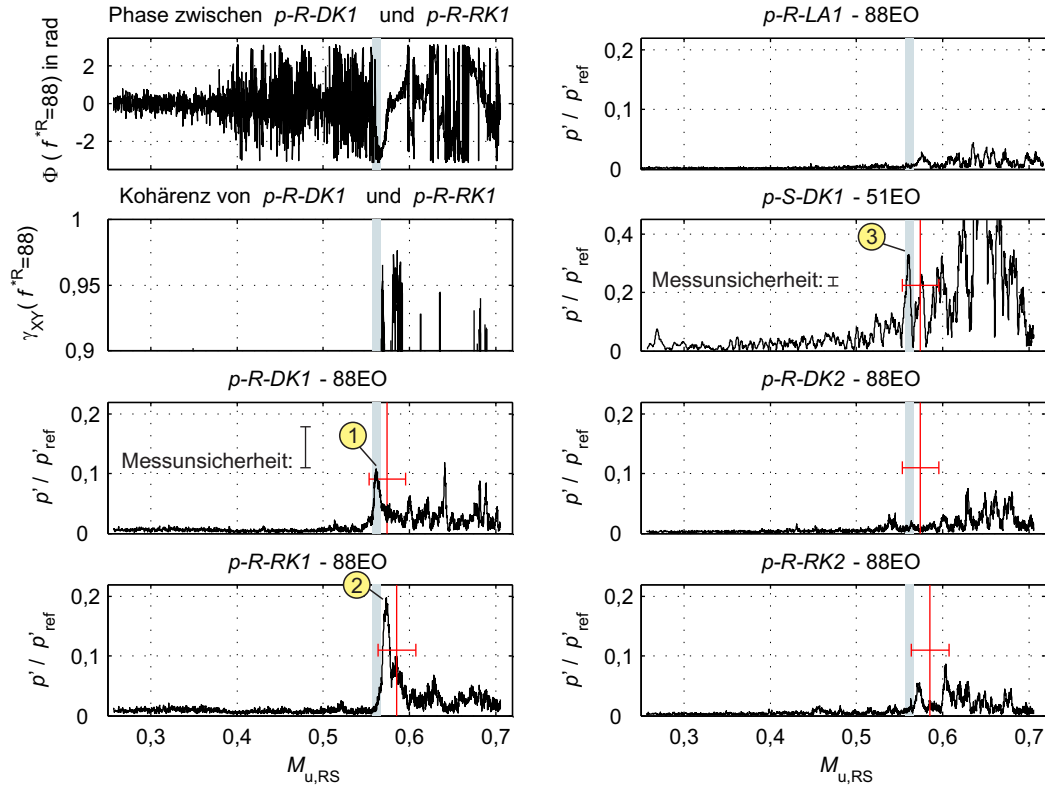


Abbildung 5.31.: EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -37$  ( $f^S = 51$ ,  $f^R = 88$ )

Auffällig ist, dass die Resonanzamplituden ungefähr der der akustischen Moden  $m_{ac} = -16$  entsprechen bzw. diese minimal übersteigen. Dies ist erstaunlich, da das anregende Druckmuster sich nur unter Zuhilfenahme hoher harmonischer Indices und vom Laufrad weit entfernter Leiträder erklären lässt. Außerdem findet die Anregung durch die dritte Harmonische der Schaufelfrequenz statt. Des Weiteren ist nicht erwartet worden, Druckschwankungen mit Amplituden, die bis zu 20% des Referenzwertes entsprechen, im Frequenzbereich deutlich über 14 kHz zu detektieren.

Anhand der Auswertung ist belegt, dass der betrachtete Peak in der Anregung des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -37$  begründet ist. Ferner bestätigt sich, dass die angeregten Moden jeweils auf einen Radseitenraum beschränkt sind. Die vorhergesagten Resonanzmachzahlen stimmen im Rahmen der Berechnungs- und Messgenauigkeit mit den tatsächlichen überein.

### **Zu Abbildung 5.32 - Analyse der vorhergesagten Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = -15$**

Abbildung 5.32 zeigt die zur Auswertung der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -15$  relevanten Messdaten. Da der Resonanzpeak bzgl. des Rotor systems im Verlauf des drehzahlharmonischen Anteils 32 erwartet wird, sind die zugehörigen EO-Diagramme der auf dem Laufrad befindlichen Sensoren dargestellt. Im EO-Diagramm des Sensors *p-R-DK1* ist ein Peak bei einer Umfangsmachzahl von 0,70 klar zu erkennen (siehe Markierung ①). Die vorausgesagte Resonanzmachzahl ist lediglich geringfügig höher und beträgt 0,71. Die Abweichung beträgt folglich 1,8%. Ohne Berücksichtigung der Radseitenraumströmung liegt die berechnete Resonanzmachzahl außerhalb des Drehzahlregelbereichs des Verdichters bei einer Umfangsmachzahl von 1,06. Die Abweichung beträgt in diesem Fall über 50%.

Im Gegensatz zu den bereits analysierten Peaks erstreckt sich der hier betrachtete Peak über einen großen Machzahlbereich und steigt auf ca. 250% des Referenzwertes an. Die Amplitude dieser Resonanz besitzt somit die gleiche Größenordnung wie die Druckschwankungen, die direkt aus der Diffusorbeschaufelung resultieren. Dies ist beachtlich, da die Anregung des akustischen Modes aus der Interaktion des Laufrades mit den Diffusor- und den weit entfernten Rückführschaufeln resultiert. Druckschwankungen mit solchen Amplituden können unter Umständen zu erheblichen Laufradschwingungen führen. In der konventionellen Betrachtung der Laufradanregung ohne die Berücksichtigung akustischer Resonanzen würde eine Anregung des Laufrades durch die 32ste Drehzahlharmonische

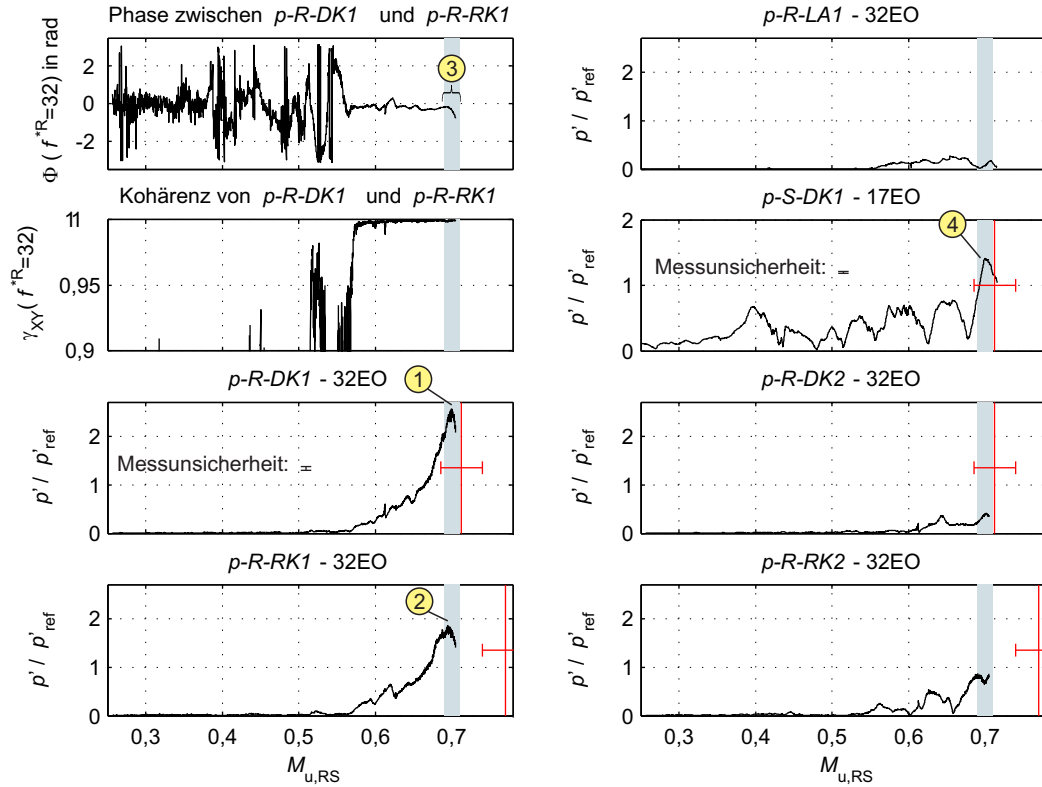


Abbildung 5.32.: EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -15$  ( $f^*S = 17$ ,  $f^*R = 32$ )

für die gegebenen Versuchsstandparameter als nicht relevant erachtet werden. Die Resonanzmachzahl in der Radscheibenkavität beträgt ca. 0,69 (siehe Markierung ②) und weicht deutlich von dem berechneten Wert ab. Die experimentell bestimmte Resonanzmachzahl ist trotz des ermittelten, geringeren Kernrotationsfaktors in der Radscheibenkavität geringer als in der Deckscheibenkavität. Wie zuvor beschrieben, führt ein geringerer Kernrotationsfaktor bei akustischen Eigenmoden mit negativer Ordnung zu höheren prognostizierten Resonanzmachzahlen. Somit weichen die experimentellen Daten von den Erwartungen ab, was anhand der hohen Abweichung von 11,6% ersichtlich ist. Da der Peak am oberen Ende des Drehzahlregelbereichs des Verdichters gelegen ist, kann nicht ausgeschlossen werden, dass das eigentliche Maximum des Peaks oberhalb von  $M_{u,RS} = 0,7$  liegt. Des Weiteren könnten Unsicherheiten in der Bestimmung des Kernrotationsfaktors aufgrund der auf der Radscheibenseite befindlichen Wuchtnut des Laufrades und der damit verbundenen axialen Verengung des Radseitenraums Grund für die Abweichung sein. Diese Vermutungen lassen sich allerdings nicht experimentell verifizieren.

Ferner ist eine Aussage über die Kopplungseigenschaften des angeregten Eigenmodes bzw. der angeregten Eigenmoden schwer zu treffen. Aufgrund der großen Breiten der Peaks scheinen diese simultan aufzutreten, obwohl die Maxima bei leicht unterschiedlichen Machzahlen auftreten. Dies bestätigt der Kohärenzverlauf, der nahezu über der gesamten Breite des Peaks gleich eins ist. Dabei lässt der Phasenwinkel erkennen, dass Rad- und Deckscheibenkavität in Phase sind. Lediglich im Bereich der maximalen Machzahl scheint der Phasenwinkel abzufallen (siehe Markierung ③). Ob Rad- und Deckscheibenseite gekoppelt sind oder zwei entkoppelte Moden nahezu simultan auftreten und sich somit ein beliebiger Phasenwinkel einstellt, kann nicht beantwortet werden.

Erneut bestätigt sich, dass akustische Moden hoher Umfangsordnung nicht bzw. schlecht von den Sensoren *p-R-DK2* und *p-R-RK2* detektiert werden können. In den zugehörigen EO-Diagrammen sind lediglich Peaks mit geringer Amplitude zu erkennen. Dies zeigt, dass die Maxima des angeregten akustischen Eigenmodes am äußeren Radius der Kavität lokalisiert sind. Nach Abbildung 5.30 entspricht das dem Ergebnis der Akustik-FEM Rechnung.

In den Laufradkanälen wird die Resonanz nicht detektiert, was anhand des EO-Diagramms des Sensor *p-R-LA1* ersichtlich ist. Es handelt sich somit um einen lokalen akustischen Mode bzw. um zwei lokale akustische Moden.

Auf die Modenordnung wird anhand der Frequenzen des Modes bzgl. des Stator- und Rotorsystems geschlossen. Wie im EO-Diagramm des Sensors *p-S-DK1* er-

sichtlich, wird die Resonanz zeitgleich im ruhenden System im Verlauf des drehzahlharmonischen Anteils  $f^{*S} = 17$  detektiert (siehe Markierungen ① und ④). Die Anregung erfolgt, wie vorhergesagt, durch die Schaufelfrequenz. Die Modenordnung folgt nach Gleichung 5.40 zu  $-15$ .

Die Auswertungen zeigen, dass der betrachtete Peak in der Anregung des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -15$  begründet ist. Nicht beantwortet werden kann, ob der Mode ge- oder entkoppelt in den Radseitenräumen auftritt. Die Druckschwankungen in Rad- und Deckscheibenkavität sind dessen ungeachtet nicht um  $180^\circ$  phasenverschoben. Ein gekoppelter Mode mit axialem Knoten in Höhe des Laufradaustritts kann aus diesem Grund ausgeschlossen werden (vergl. Abbildung 3.11). Des Weiteren stimmen bzgl. der Deckscheibenseite berechnete und tatsächliche Resonanzmachzahlen gut überein. Die Abweichung auf der Radscheibenseite von 11,6% kann nicht mit abschließender Sicherheit erklärt werden. Unabhängig davon ist auch hier belegt, dass der Kernrotationsfaktor berücksichtigt werden muss. Andernfalls sind Abweichung von über 50% die Folge. An dieser Stelle wird betont, dass die Amplituden der akustischen Resonanz 250% des Referenzwertes entsprechen.

### **Zu Abbildung 5.33 - Analyse der vorhergesagten Resonanz des akustischen Eigenmodes $m_{ac} = 7$**

Analog zur obigen Vorgehensweise zeigt Abbildung 5.33 die für die Auswertung der akustischen Resonanz  $m_{ac} = 7$  relevanten experimentellen Daten. Die Anregung des akustischen Eigenmodes erfolgt nach dem Anregungsmodell durch die Schaufelfrequenz, so dass zum Zeitpunkt der Resonanz der akustische Mode bzgl. des Rotorsystems die dimensionslose Frequenz  $f^{*R} = 10$  besitzt. Daher sind die 10EO-Diagramme der auf dem Laufrad befindlichen Sensoren dargestellt. Bei einer Machzahl von 0,69 ist ein Peak im EO-Diagramm des Sensors *p-R-DK1* ersichtlich (siehe Markierung ①). Die prognostizierte Resonanzmachzahl beträgt 0,75 und weicht um 8,2% von der experimentell ermittelten Machzahl ab. Wird der Kernrotationsfaktor vernachlässigt, ist die berechnete Machzahl um 17,4% zu niedrig. Die Abweichung bzgl. der Deckscheibenkavität ist hier deutlich höher als in den zuvor analysierten Beispielen. Eine mögliche Erklärung ist die radiale Erstreckung akustischer Moden mit niedriger Modenordnung. Wie aus Abbildung 5.30a ersichtlich, erstrecken sich diese in radialer Richtung über nahezu die gesamten Radseitenräume. Moden hoher Modenordnung sind dahingegen, wie bereits gesehen, am äußeren Radius der Kavitäten lokalisiert. Des Weiteren ist in Abbildung 5.18 gezeigt, dass der Kernrotationsfaktor nicht konstant über den ra-

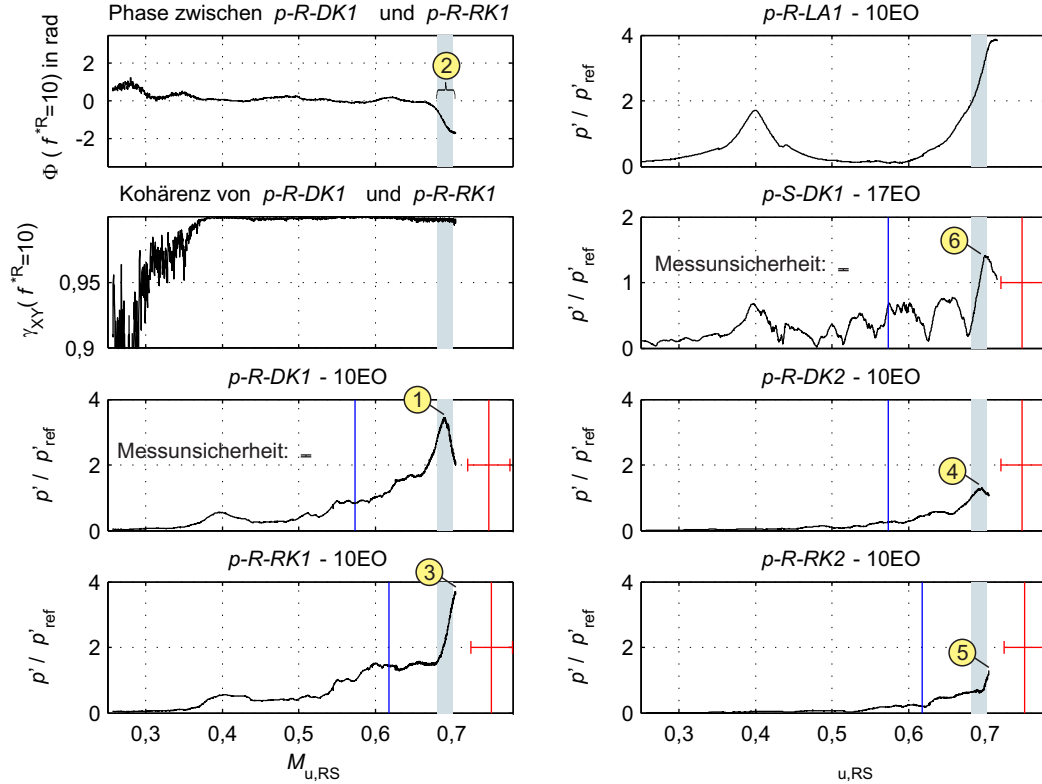


Abbildung 5.33.: EO-, Phasen- und Kohärenzdiagramme zur Identifikation der Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = 7$  ( $f^*S = 17$ ,  $f^*R = 10$ )

dialen Erstreckungen der Kavitäten ist. Dies erschwert die Wahl eines sinnvollen Kernrotationsfaktors zur Berechnung der Resonanzmachzahl eines akustischen Modes mit niedriger Modenordnung. Eine gute Übereinstimmung von berechneter und tatsächlicher Resonanzmachzahl ist in diesem Beispiel jedoch auch unter Berücksichtigung dieser Unschärfe nicht zu erreichen.

Eine weitere mögliche Erklärung für die Abweichung ist, dass der eigentlich Resonanzpeak außerhalb des Drehzahlregelbereichs des Verdichters folgt. Im Rahmen dieser Arbeit konnte der Grund für die Abweichungen nicht abschließend geklärt werden.

Ein Vergleich der Resonanzmachzahlen in Rad- und Deckscheibenkavität zeigt, dass der angeregte akustische Mode nicht über beide Kavitäten gekoppelt ist. Der hier betrachtete drehzahlharmonische Anteil der Druckschwankungen ( $f^{*R} = 10$ ) resultiert aus der Interaktion des Laufrades mit den Diffusorscheaufeln. Diese Interaktion stellt die stärkste Interaktion im Verdichter dar. Aus diesem Grund detektieren beide Sensoren (*p-R-DK1* und *p-R-DK2*) diesen Anteil nahezu über dem gesamten Drehzahlbereich. Dies ist ebenfalls an der Kohärenz zu sehen, die ab einer Machzahl von ca. 0,38 nahezu konstant den Wert eins annimmt. Die Phase zwischen Rad- und Deckscheibenkavität ist ausgenommen zum Zeitpunkt der Resonanz gleich Null. Zum Zeitpunkt der Resonanz wächst der Phasenwinkel auf ca.  $-1,8$  rad an (siehe Markierung ②). Anhand des Phasenverlaufs ist ersichtlich, dass sich die dominante Ursache der Druckschwankungen ab einer Umfangsmachzahl von ca 0,68 ändert. Für Machzahlen kleiner 0,68 resultiert die dargestellte Amplitude des drehzahlharmonischen Anteils  $f^{*R} = 10$  aus der Interaktion des Laufrades mit dem Diffusor und der reinen Potentialwirkung der Diffusorscheaufeln. Aus diesem Grund sind die Druckschwankungen in beiden Kavitäten nicht phasenverschoben. Ab einer Machzahl von 0,68 bildet sich die Resonanz auf der Deckscheibenseite und leicht versetzt auf der Radscheibenseite aus (siehe Markierungen ① und ③). Die akustischen Moden sind entkoppelt und durch die leichte Überschneidung aufgrund der Peakbreiten stellt sich ein beliebiger Phasenwinkel ein (siehe Markierung ②). Aufgrund der größeren radialen Erstreckung des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = 7$  (siehe Abb. 5.30a) ist der akustische Mode nach der Theorie durch alle in den Radseitenräumen positionierten Drucksensoren detektierbar. Dies bestätigt sich anhand experimenteller Daten: In den EO-Diagrammen der Sensoren *p-R-DK2* und *p-R-RK2* sind bei den zuvor ermittelten Resonanzmachzahlen ebenfalls Peaks zu erkennen (siehe Markierungen ④ und ⑤). Dies ermöglicht die Ermittlung der Modenordnung aus dem Phasenwinkel zwischen den Sensoren *p-R-DK1* und ② bzw. *p-R-RK1*

und 2.

Die Ermittlung der Modenordnung aus dem Vergleich der Frequenzen des akustischen Modes bzgl. des Stator- und Rotorbezugssystems ist eine weitere Möglichkeit. Da die Resonanzen der akustischen Moden  $m_{ac} = -15$  und  $m_{ac} = 7$  bei nahezu identischer Machzahl auftreten, zeigt das 17EO-Diagramm des Sensors *p-s-DK1* die Druckschwankungsamplituden, die aus der Überlagerung beider Resonanzen resultieren. Die Überlagerung führt dazu, dass die maximalen Amplituden bei einer Umfangsmachzahl von 0,7 auftreten und nicht wie im Rotorsystem bei 0,69 (siehe Markierungen ① und ⑥). Dessen ungeachtet, folgt die Modenordnung mittels Gleichung 5.40 zu 7. Die im Anschluss an diesem Abschnitt aufgeführte Phasenauswertung bestätigt diese Aussage.

Entgegen der Erwartungen, dass die Peaks durch die Anregungen lokaler Eigenmoden hervorgerufen werden, werden die Druckschwankungen ebenfalls vom Sensor *p-R-LA1* detektiert, der innerhalb eines Laufradkanals appliziert ist. Dies ist möglicherweise ein Hinweis darauf, dass die hier betrachteten Resonanzpeaks nicht durch die erzwungene Anregung der lokalen akustischen Moden mit  $m_{ac} = 7$  hervorgerufen werden. Diese Resonanzen liegen unter Umständen, wie prognostiziert, außerhalb des Drehzahlregelbereichs des Verdichters.

Die Amplituden im Falle der Resonanz sind, wie erwartet, hoch, da die Anregung durch das fundamentale Druckmuster  $m_{TS} = 7$  erfolgt ( $j = 1$  und  $k_{Dif} = -1$  - siehe Abbildung 5.9) und betragen je nach Messposition bis zu 400% des Referenzwertes.

Wie zuvor beschrieben, kann aus der gemessenen Phase  $\Phi$  zwischen den Sensoren *p-R-DK1* und 2 bzw. *p-R-RK1* und 2 bzgl. der betrachteten Drehzahlharmonischen und dem geometrischen Abstand  $\alpha$  in Umfangsrichtung beider Sensoren die Modenordnung bestimmt werden. Die Modenordnung folgt zu

$$m = \frac{\Phi}{\alpha}. \quad (5.41)$$

Gleichung 5.41 wird auch in der Bestimmung der Anzahl von *Stall*-Zellen beim Auftreten rotierender Ablösungen in einem Verdichter verwendet und resultiert direkt aus der zeitlichen Verzögerung mit der ein Druckmuster beide Sensoren passiert [41]. Gleichung 5.41 beruht auf der Annahme, dass die Druckschwankungen durch ein rotierendes Druckmuster mit der Phasengeschwindigkeit  $\omega_{ph} = f/m$  hervorgerufen werden. Des Weiteren führt Gleichung 5.41 lediglich zu sinnvollen Ergebnissen, wenn die Druckschwankungen aus einem einzigen Druckmuster resultieren und der Abstand der einzelnen Druckbäuche größer als der Ab-



stand der Sensoren ist. Die erste Bedingung ist, wie bereits beschrieben, bzgl. der drehzahlharmonischen Druckschwankungen nicht gegeben. Im Falle der Resonanz wird jedoch davon ausgegangen, dass der in Resonanz befindliche akustische Eigenmode die Druckschwankungen dominiert. Die zweite Bedingung ist für den hier betrachteten Fall erfüllt. Der Abstand der Sensoren beträgt  $26,7^\circ$ . Der Abstand der Druckbäuche folgt für  $m_{ac} = 7$  zu  $360/7 = 51,4^\circ$ .

Da die Rotationsgeschwindigkeit des Druckmusters mit sieben Druckbäuchen nach Gleichung 5.13 bzgl. des Statorsystems größer ist als die Rotationsgeschwindigkeit des Laufrades, passiert ein Druckbauch zunächst den rotierenden Drucksensor *p-R-DK1* bzw. *p-R-RK1* (siehe dazu Abbildung 4.1), so dass ein positiver Phasenwinkel erwartet wird.

Abbildung 5.34 zeigt das Phasendiagramm für die Sensoren *p-R-DK1* und 2 bzgl. des relevanten drehzahlharmonischen Anteils sowie das zugehörige Kohärenzdiagramm. Ab einer Umfangsmachzahl von ca. 0,55 sinkt die Kohärenz nicht unter den Wert 0,99. Der Phasenwinkel ist somit für Machzahlen oberhalb 0,55 nicht stochastischen Charakters und kann zur Bestimmung der Modenordnung genutzt werden. Da der Phasenwinkel sich aus dem Real- und Imaginärteil der komplexen Kreuzkorrelationskoeffizienten berechnet, liegt dieser unabhängig von der tatsächlichen Phasendifferenz zwischen  $\pm\pi$ . Da der tatsächlich vorhandene Phasenwinkel dieser Einschränkung nicht unterliegt, kann dieser vom berechneten Wert um  $\pm 2 \cdot l \cdot \pi$  abweichen, wobei  $l = 0, 1, 2, \dots$  ist.

Der Phasenwinkel beträgt zum Zeitpunkt der Resonanz ( $M_{u,RS} = 0,69$ )  $-2,95$  rad. Wird dieser Wert mittels Addition von  $2\pi$  umgerechnet, folgt der Phasenwinkel zu  $3,33$  rad. Die nach Gleichung 5.41 berechenbare Modenordnung beträgt 7,15. Dieser Wert stimmt mit dem erwarteten Wert von sieben gut überein. Abweichungen resultieren dadurch, dass die betrachteten drehzahlharmonischen Druckschwankungen aus der Summe mehrerer Druckmuster resultieren.

Die obigen Auswertungen belegen, dass bei Machzahlen von 0,69 bzw. 0,71 Resonanzen auftreten. Dies ist zum einen an den Peaks in den EO-Diagrammen der Sensoren *p-R-DK1* und *p-R-RK1* und zum anderen am Verlauf des Phasenwinkels zu erkennen. Die Modenordnung des angeregten Modes beträgt sieben. Nicht geklärt werden kann, warum die prognostizierte Resonanzmachzahl deutlich von der tatsächlichen abweicht. Ferner ist widersprüchlich, dass in den Laufradkanälen erhebliche Druckschwankungen detektiert werden, obwohl die Anregung eines lokalen akustischen Modes erwartet worden ist.

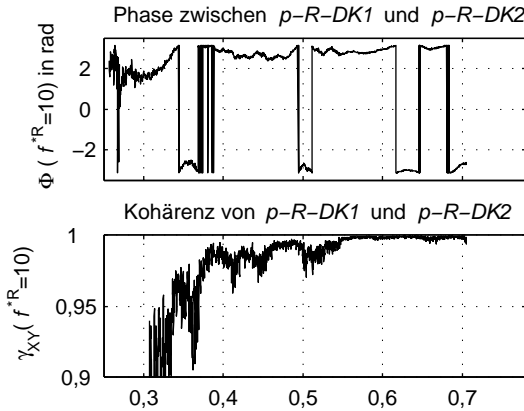


Abbildung 5.34.: Phasen- und Kohärenzdiagramme für die Sensoren *p-R-DK1* und *p-R-DK2* bzgl. des drehzahlharmonischen Anteils  $f^{*R} = 10$

### Zusammenfassung

Die Erkenntnisse dieses Kapitels lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die basierend auf dem Anregungsmodell berechneten Resonanzmachzahlen stimmen im Allgemeinen gut mit den experimentell ermittelten überein.
- Der Einfluss des Kernrotationsfaktors auf die Resonanzmachzahlen ist experimentell eindeutig belegt. Eine Vernachlässigung der Radseitenraumströmung führt zu erheblichen Abweichungen zwischen den prognostizierten und tatsächlichen Resonanzmachzahlen.
- Die akustischen Resonanzen treten zum Großteil nicht simultan in den Radseitenräumen auf. Folglich sind die angeregten akustischen Eigenmoden auf einen Radseitenraum beschränkt und treten nicht gekoppelt über beide Kavitäten auf.

In Einzelfällen kann keine Aussage über die Kopplung erfolgen, da die Resonanzen nahezu zeitgleich auftreten. Da der Phasenwinkel in diesen Fällen einen scheinbar beliebigen Wert annimmt, wird von einer zufälligen Gleichzeitigkeit ausgegangen. Ungeachtet dieser Unschärfe bzgl. der Auswertungen handelt es sich nicht um gekoppelte akustische Moden mit einem axialen Knoten in Höhe des Laufradaustritts.

Der Phasenwinkel ist unabhängig von der betrachteten Resonanz ungleich  $180^\circ$ .

- Die Druckamplituden besitzen im Resonanzfall in Einzelfällen die gleiche Größenordnung wie die Druckschwankungen, die aus der direkten Lauf- rad/Diffusor - Interaktion resultieren.
- Die Gültigkeit des Anregungsmodells kann für akustische Moden niedriger Modenordnung  $m_{ac} < 10$  nicht eindeutig belegt werden. Dies zeigt die Auswertung zur Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = 7$ . Mögliche Gründe dafür sind:
  - i) Die Frequenzen der akustischen Moden sind vergleichsweise gering. Die Resonanzpeaks werden somit in den niedrigeren drehzahlharmonischen Anteilen erwartet, wo das mittlere Druckniveau höher als im hochfrequenten Bereich ist.
  - ii) Die Resonanzmachzahlen der akustischen Moden  $m_{ac} = -5, -3$  und  $3$  sind kleiner als  $0,4$ . Auch die Detektion akustischer Resonanzen mit hohen Modenordnungen ist bei Machzahlen kleiner  $0,4$  schwierig, da die Resonanzamplituden in diesen Fällen marginal sind.
  - iii) Aufgrund eines nicht konstanten Kernrotationsfaktors über der radialen Erstreckung der Kavitäten werden die akustischen Moden niedriger Modenordnung möglicherweise „verzerrt“ (siehe Kap. 5.7.2), da diese sich über die gesamte Kavität erstrecken.
- Die in den vorherigen Abschnitten nachgewiesene Kopplung des Laufrades und des umgebenden Fluides konnte im Rahmen der Akustikauswertung nicht festgestellt werden. Die Unterschiede der akustischen Eigenfrequenzen und der Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems weichen bei dem hier betrachteten Druckniveau von ungefähr 20 bar minimal voneinander ab (vergleiche den Einfluss der Kopplung auf die Resonanzdrehzahlen der Laufradstruktur in Kap. 5.5.4). Dieser Unterschied ist geringer als die Vordersageunsicherheit der Resonanzmachzahlen und daher nicht erkennbar.

### 5.7.2. Anmerkung zum Anregungsmodell

Zur Berechnung der Resonanzmachzahlen wird die akustische Eigenfrequenz bzgl. des Statorbezugssystems benötigt. Dazu wird die Kernströmung in den Radseitenräumen als Festkörper idealisiert und als akustisches Bezugssystem definiert.

Dieser Festkörper rotiert mit einer durch den Kernrotationsfaktor definierten Geschwindigkeit. Die Umrechnung der Eigenfrequenz vom akustischen ins Statorsystem erfolgt mittels der Addition der Phasengeschwindigkeiten des akustischen Modes und der Rotationsgeschwindigkeit des akustischen Bezugssystems (siehe Gl. 5.30).

Auswertungen zum Kernrotationsfaktor haben jedoch gezeigt, dass dieser keineswegs konstant über der radialen Erstreckung der Radseitenräume ist und somit die Idealisierung der Strömung als Festkörper nicht uneingeschränkt gilt. Ferner ist eine anschauliche Vorstellung eines akustischen Modes innerhalb der Radseitenraumströmung bei nicht konstantem Kernrotationsfaktor schwer möglich. Die Phasengeschwindigkeit der akustischen Moden bzgl. des Statorsystems wären bei Berücksichtigung des radialen Verlaufs des Kernrotationsfaktors nach Gleichung 5.30 ebenfalls eine Funktion des Radius. Der akustische Mode würde abhängig von der radialen Position unterschiedlich schnell rotieren und wäre nach wenigen Periodendauern  $T = 1/f_{ac}^A$  verzerrt. Dementgegen haben die experimentellen Ergebnisse gezeigt, dass sich das im vorherigen Kapitel beschriebene Anregungsmodell als sinnvoll herausstellt, ungeachtet dessen, dass eine anschauliche Vorstellung der Ereignisse im Resonanzfall nicht möglich ist. Des Weiteren kann anhand der Experimente widerlegt werden, dass die akustischen Eigenfrequenzen eine Funktion des Radius sind. Abbildung 5.35 zeigt die 30EO-Diagramme der Sensoren *p-R-DK1* und *2* für einen Hochlauf an der Schluckgrenze. Die radiale Position beider Sensoren ist deutlich voneinander verschieden. Dennoch detektieren beide Sensoren die Resonanz des akustischen Eigenmodes  $m_{ac} = -13$  bei identischer Umfangsmachzahl von 0,671 bzw. 0,672. Der Unterschied ist zu vernachlässigen.

### 5.7.3. Einfluss der Verdichterbeschleunigung auf Resonanzen

In Kapitel 3.5 ist die maximal zulässige Beschleunigung des Verdichters abgeschätzt, um eine vollständige Ausbildung von Strukturresonanzen beim quasistatischen Betrieb des Verdichters zu gewährleisten. Bezüglich akustischer Resonanzen existiert kein Richtwert für die Änderungsrate der Anregungsfrequenz. Aus diesem Grund werden akustische Resonanzen, nachdem die Resonanzmachzahlen aufgrund vorheriger Hochläufe bekannt sind, stationär angefahren. Die auf diese Weise ermittelten Druckschwankungsamplituden werden mit denen, die per Hochlaufversuch ermittelt worden sind, verglichen. Die mittels beider Betriebs-

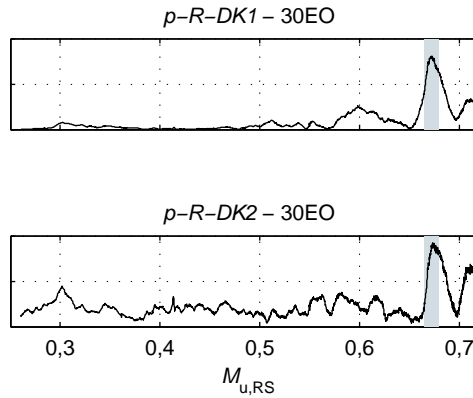


Abbildung 5.35.: Vergleich der 30EO-Diagramme der Sensoren  $p-R-DK1$  und  $p-R-DK2$  für einen Hochlauf an der Schluckgrenze (*run-up34*)

arten (statisch und quasistatisch) gemessenen Amplituden weichen unabhängig vom angeregten Eigenmode um weniger als 10% voneinander ab. Da diese Abweichung geringer als die Messgenauigkeit ist, kann ein für die Auswertung relevanter Einfluss nicht festgestellt werden.



## KAPITEL 6

---

### Zusammenfassung und Ausblick

---

Zur Untersuchung aeroakustischer und aeroelastischer Effekte in einem Hochdruck-Radialverdichter ist ein Versuchsstand mit einer Vielzahl zeitlich hochauflösender Sensoren ausgestattet worden. Mittels der erlangten Messdaten sind sowohl strukturelle als auch akustische Resonanzen im Kennfeld des Verdichters detektiert und Einflussgrößen identifiziert worden. Mit Hilfe konventioneller Sensoren, die Informationen über den Betriebspunkt, die Schallgeschwindigkeit und den Kernrotationsfaktor in den Radseitenräumen lieferten, sowie durchgeführter theoretischer Arbeiten (Strömungssimulationen, Finite-Elemente Rechnungen der Struktur und der Akustik) konnten mittels eines Anregungsmodells Resonanzmachzahlen vorhergesagt und experimentell bestätigt werden. Ferner ist durch die Identifizierung von Einflussgrößen ein erster Schritt getan, um gewonnene Erkenntnisse auf andere Radialverdichter zu übertragen. Die erlangten Erkenntnisse zu den verschiedenen Themengebieten leisten somit einen Beitrag zur schwingungs- und lärmarmen Auslegung von Radialverdichtern.

## 6.1. Zusammenfassung

Im Folgenden sind die wichtigsten Erkenntnisse zusammenfassend aufgeführt:

- Die Druckschwankungen in einem Verdichter sind für ähnliche Betriebszustände des Verdichters und einer konstanten örtlichen Betrachtungsposition direkt proportional zu dem Eintrittsdruck, dem Isentropenexponenten und dem Quadrat der Umfangsmachzahl. Gilt zwischen zwei Betriebspunkten Ähnlichkeit, kann folglich anhand der Druckschwankungen während des einen Betriebspunktes auf die Druckschwankungen während des anderen Betriebspunktes geschlossen werden. Ferner zeigen die Experimente, dass die Resonanzamplituden akustischer Eigenmoden den gleichen Abhängigkeiten folgen.

- Druckschwankungen im Verdichter sind im Allgemeinen höher, wenn der Verdichter vom Auslegungspunkt entfernt betrieben wird. Dies ist in der Fehlanströmung der Schaufelprofile sowie den daraus resultierenden größeren Nachlaufdellen und stärkeren Interaktionen der Schaufelreihen begründet.

- Aus den Laufrad/Leitrad-Interaktionen resultieren Druckmuster, die sowohl hydrodynamischer als auch akustischer Natur sind. Diese sind aus messtechnischer Sicht nicht zu unterscheiden. Die Druckmuster werden als Tyler/Sofrin-Moden bezeichnet.

Die Modenordnungen der TSM folgen aus den Schaufelzahlen des Laufrades und der Leiträder. Bezüglich des Statorsystems gleichen die Frequenzen aller Druckmuster der Schaufelfrequenz oder einer Vielfachen dieser. Die Frequenzen bzgl. des Rotorsystems ergeben sich aus Linearkombinationen der Schaufelzahlen der Leiträder. Die aus der Interaktion des Laufrades und der Diffusorbeschaufelung resultierenden TSM dominieren die Druckschwankungen.

- Eine Anregung des Laufrades durch einen TSM erfolgt, wenn die Frequenz des TSMs einer Eigenfrequenz des Laufrades entspricht und die Modenordnung des anregenden TSMs einer modalen Komponente der anzuregenden Struktureigenform gleicht. Je dominanter die modale Komponente der Struktur ist, desto effektiver ist die Anregung.

Anregungen des Laufrades durch TSM, die sich für harmonische Indices



größer drei ergeben, sind detektierbar, besitzen jedoch marginale Amplituden. Keiner der im Experiment detektierten Anregungen des Laufrades sind bauteilgefährdend. Eine Anregung des Laufrades durch den fundamentalen TSM findet innerhalb des Drehzahlbereichs des Verdichters nicht statt.

- Je nach Laufradeigenschwingungsform und Betriebspunkt des Verdichters bilden sich im Resonanzfall rotierende oder ortsfeste Knotendurchmesser bzgl. des Laufrades aus.
- Die drehzahlharmonischen Druckschwankungen im Verdichter sind um ca. den Faktor 20 größer, wenn der Verdichter mit beschauelftem Diffusor betrieben wird. Neben den drehzahlharmonischen Anteilen der Druckschwankung, die direkt aus der Laufrad/Diffusor-Interaktion resultieren ( $f_{TS}^{*R} = |k_{Dif} \cdot V_{Dif}|$ ), beeinflussen die Diffusorschaufeln Interaktionen des Laufrades mit weiteren Schaufelreihen wie der Rückführschaufelung. Die Diffusorschaufeln agieren als Schallquelle und „verstärken“ diese Interaktionen. Dies führt dazu, dass Druckmuster, die nach Formel 5.14 auch ohne Diffusorschaufeln existent sind, beim Betrieb des Verdichters mit beschauelftem Diffusor größere Amplituden besitzen als mit schauellosem Diffusor.
- Die Dehnungsamplituden des Laufrades nehmen im Falle einer Resonanz nicht, wie zunächst erwartet, mit steigendem Eintrittsdruck und den damit verbundenen höheren Druckschwankungen zu. Die aerodynamische Dämpfung der Struktur durch das umgebende Medium scheint im gleichen Maß wie das Anregungspotential zu steigen, so dass nahezu unabhängig vom Eintrittsdruck ähnliche Dehnungsamplituden resultieren.
- Neben der Beeinflussung der Dämpfung der Struktur ändern sich in Abhängigkeit vom Eintrittsdruck und der damit verbundenen Gasdichte die Resonanzfrequenzen bzw. Resonanzdrehzahlen, bei denen das Laufrad zu überhöhten Schwingungen angeregt wird. Ob diese mit größer werdender Gasdichte steigen oder sinken, hängt von der jeweiligen Eigenschwingungsform ab.

Die beiden zuletzt aufgeführten Punkte lassen darauf schließen, dass das Laufrad und das umgebende Fluid ein gekoppeltes System bilden. Im Hinblick auf Hochdruck-Anwendungen, bei denen der Eintrittsdruck mehrere hundert bar beträgt, ist eine gekoppelte Betrachtung von Struktur und Fluid unvermeidlich, da sonst prognostizierte und tatsächliche Resonanzstellen erheblich voneinander abweichen können.

- Akustische Resonanzen sind (soweit dem Autor bekannt) zum ersten Mal in einem Hochdruck-Radialverdichter detektiert und identifiziert worden. Die Detektion ist mit konventionellen Drucksensoren möglich. Die Anregung der akustischen Moden erfolgt, wenn die akustische Eigenfrequenz bzgl. des Statorsystems der Schaufelfrequenz oder einer derer Vielfachen gleicht und der anregende TSM die gleiche Umfangsordnung wie der anzuregende akustische Eigenmode besitzt. Bei der Umrechnung der akustischen Eigenfrequenzen ins Statorbezugssystem spielt die Strömung in den Radseitenräumen bzw. der Kernrotationsfaktor eine wichtige Rolle. Wird der Kernrotationsfaktor vernachlässigt, weichen berechnete und experimentell ermittelte Resonanzmachzahlen erheblich voneinander ab.
- Die detektierten akustischen Eigenmoden treten separat in einem der beiden Radseitenräume auf. Akustische Eigenmoden, die simultan in beiden Radseitenräumen auftreten und einen axialen Knoten in Höhe des Laufradaustritts besitzen, sind nicht detektiert worden, obgleich diese Ergebnis der akustischen Eigenwertberechnung waren. Akustische Eigenmoden mit einem axialen Knoten würden aufgrund der hohen Druckdifferenz zwischen Rad- und Deckscheibenkavität eine erhöhte potentielle Gefahr für die Laufradstruktur darstellen.
- Da die Druckamplituden im Falle der hier gemessenen akustischen Resonanzen zum Teil die gleiche Größenordnung besitzen wie die Druckschwankungen, die aus der direkten Interaktion der Diffusorschaukeln und des Laufrades resultieren, werden diese als relevante Anregungsquelle für Laufschwingungen mit unter Umständen bauteilgefährdenden Amplituden angesehen.

## 6.2. Ausblick

In zukünftigen Arbeiten gilt es, die Interaktion und Kopplung des Laufrades und des Fluides in den Radseitenräumen zu untersuchen. Wie in der Arbeit von Magara und Narita [34] gezeigt und in der vorliegenden Arbeit für einen realen Verdichter bestätigt worden ist, können Laufräder, die von Fluiden hoher Dichte umgeben sind, nicht separat betrachtet werden. Fluid und Struktur bilden ein gekoppeltes System, dessen Eigenfrequenzen zum Teil deutlich von denen der entkoppelten Systeme abweichen. Ferner ist der Nachweis über das Auftreten

akustischer Moden in den Radseitenräumen des Verdichters erbracht sowie der Einfluss der Radseitenraumströmung auf die Resonanzdrehzahlen belegt worden. Diese Erkenntnisse sind erste Schritte, um die komplexen dynamischen Vorgänge in einem Hochdruck-Verdichter zu verstehen.

Durch das erlangte Wissen sind weitere Fragestellungen entstanden, die an einem komplexen Gebilde wie einem Hochdruck-Radialverdichter schwerlich beantwortet werden können. Grund dafür sind die Verknüpfungen verschiedener Einflussgrößen und der Anregungspotentiale bzgl. der Akustik- und Strukturresonanzen. Zwei Beispiele sind im Folgenden exemplarisch aufgeführt:

- Das Anregungspotential bzgl. Laufradschwingungen in Form von Druckschwankungen kann zwar durch Variation des Eintrittsdrucks variiert werden, jedoch wird zeitgleich zum einen die Schallgeschwindigkeit im Verdichter und somit der Strömungszustand verändert und zum anderen die aerodynamische Dämpfung des Laufrades variiert. Dies erschwert die Identifikation von Einflussgrößen bzgl. der Laufradanregung bzw. bzgl. der aerodynamischen Dämpfung
- Die Anregung akustischer Moden erfolgt durch Druckmuster, die aus Laufrad/Leitrad-Interaktionen resultieren. Eine Anregung ist folglich ohne die Rotation des Laufrades und der daraus resultierenden Radseitenraumströmung nicht möglich. Letztere beeinflusst jedoch die akustischen Moden. Eine sukzessive Untersuchung dieses Einflusses ist nicht möglich.

Experimentelle Folgeuntersuchungen sollten somit auf einer Entkopplung der Anregungspotentiale und der Einflussgrößen beruhen.

Das gekoppelte System *Laufrad/Radseitenräume* stellt ein komplexes Gebilde dar, das durch die Eigenschaften des Fluides, des Laufrades und der Strömung in den Radseitenräumen und damit dem Betriebspunkt des Verdichters beeinflusst wird. Zusammengefasst rücken die folgenden Punkte bzw. Fragestellungen in den Fokus kommender Untersuchungen:

- Bestimmung von Einflussgrößen bzgl. der Dämpfung und der Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems
- Welchen Einfluss haben die Radseitenraumströmung sowie die Laufradrotation auf die Eigenschaften des gekoppelten Systems?
- Untersuchung der Anregung des Laufrades durch akustische Eigenmoden: Kann aufgrund der Kopplung des Laufrades und des umgebenden Fluides

von einer Anregung des Laufrades durch akustische Eigenmoden gesprochen werden? Was geschieht, wenn eine Laufradeigenschwingungsform bzgl. Form und Frequenz mit einem akustischen Mode übereinstimmt? Welchen Einfluss hätte dies auf die Kopplung und die Dämpfung des gekoppelten Systems?

---

## Unsicherheiten in der Bestimmung der Resonanzmachzahlen

---

In diesem Abschnitt wird die Genauigkeit untersucht mit der Resonanzmachzahlen nach Gleichungen 5.35 berechnet werden. Dies geschieht unter der Annahme, dass die in Kapitel 5.7 beschriebene Modellvorstellung der Anregung von akustischen Moden durch TSM gültig ist. Dies impliziert, dass Gleichung 2.15 Gültigkeit besitzt und somit in den Radseitenräumen gemäß Abbildung 5.20 Strömungsform IV vorliegt. Dabei werden Mess- und Berechnungsunsicherheiten berücksichtigt. Unsicherheiten aufgrund des über die radiale Erstreckung der Kavitäten konstant angenommenen Kernrotationsfaktors sind in der folgenden Betrachtung nicht enthalten.

Die in diesem Kapitel verwendete Notation hat nur innerhalb dieses Kapitels Gültigkeit. Eine zu ermittelnde Größe  $y$ , welche von  $n$  unabhängigen Messgrößen bzw. berechneten Größen gemäß der Funktion  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  abhängt, wird durch den Mess- bzw. Berechnungsfehler jeder einzelnen Größe verfälscht [120].

Der absolute Fehler  $\Delta y$  ergibt sich aus den einzelnen, absoluten Fehlern  $\Delta x_i$  der unabhängigen Größen zu

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2}. \quad (\text{A.1})$$

Die Resonanzmchzahl stellt die zu ermittelnde Größe dar, die von der Schallgeschwindigkeit  $a_{\text{RS}}$ , der mittels FEA bestimmten akustischen Eigenfrequenz  $f_{\text{ac}}^{\text{A}}$  und dem Kernrotationsfaktor  $\beta$  abhängt. Die relative Genauigkeit der berechneten akustischen Eigenfrequenzen  $\Delta f_{\text{ac}}^{\text{A}}/f_{\text{ac}}^{\text{A}}$  ist in Kapitel 3.4 kleiner 3% abgeschätzt worden. Die Genauigkeit der Schallgeschwindigkeit wird im folgenden Abschnitt bestimmt.

### Schallgeschwindigkeit

Die Schallgeschwindigkeit idealer Gase berechnet sich zu

$$a = \sqrt{\kappa \cdot R_i \cdot T}, \quad (\text{A.2})$$

mit dem Isentropenexponenten  $\kappa$ , der individuellen Gaskonstanten  $R_i$  und der Temperatur  $T$ . Sowohl der Isentropenexponent als auch die spezifische Gaskonstante werden mit Hilfe einer Realgasdatenbank unter Angabe der Gaszusammensetzung, der Temperatur und des Drucks bestimmt. Die Unsicherheiten sind minimal und werden vernachlässigt. Der maximale, absolute Fehler der Schallgeschwindigkeit folgt daher nach Gleichung A.1 zu

$$\Delta a = \sqrt{\left( \frac{\partial a}{\partial T} \cdot \Delta T \right)^2} = \frac{\partial a}{\partial T} \cdot \Delta T, \quad (\text{A.3})$$

wobei  $\Delta T$  der maximale, absolute Temperaturmessfehler ist. Daraus folgt die relative Abweichung der Schallgeschwindigkeit zu

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta T}{T}. \quad (\text{A.4})$$

Mit einer Minimaltemperatur im Versuchsstand von  $T_{\text{min}} = 273 \text{ K}$  und dem maximalen, absoluten Temperaturmessfehler von  $\Delta T = \pm 1,8 \text{ K}$  (siehe Tabelle 4.5) ergibt sich ein maximaler, relativer Fehler der Schallgeschwindigkeit von  $\Delta a/a = \pm 0,33\%$ .

### Kernrotationsfaktor

Der Kernrotationsfaktor wird nach Gleichung 2.15 bestimmt. Die absolute Abweichung folgt nach Gleichung A.1 zu

$$\Delta\beta = \sqrt{\left(\frac{\partial\beta}{\partial\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)} \cdot \Delta\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)\right)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial\rho} \cdot \Delta\rho\right)^2}, \quad (\text{A.5})$$

wobei der fehlerhafte Einfluss aufgrund des Messfehlers bzgl. der Verdichterdrehzahl marginal ist und vernachlässigt wird. Die partielle Ableitung des Drucks nach dem Radius wird als eine Einflussgröße behandelt. Der maximale relative Fehler ergibt sich durch Einsetzen der partiellen Ableitungen und durch Division von Gleichung A.5 durch den Kernrotationsfaktor  $\beta$  zu

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)}{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2}. \quad (\text{A.6})$$

### Gradient der radialen Druckverteilung

Die Genauigkeit mit der der Gradient des radialen Druckverlaufs bestimmt wird, ist abhängig von der Güte mit der der radiale Druckverlauf approximiert wird. Zur Abschätzung wird die Standardabweichung der Druckmesswerte vom approximierten radialen Druckverlauf bestimmt. Die maximale in den Versuchen auftretende Standardabweichung sei  $\sigma_{p(r)}$ . Der maximale Fehler bzgl. des Gradienten wird mit Hilfe der Annahme abgeschätzt, dass benachbarte Messwerte maximal um  $2\sigma_{p(r)}$  voneinander abweichen. Wird dieser Wert ins Verhältnis gesetzt zu der minimal gemessenen Druckdifferenz zweier benachbarter Messstellen, folgt daraus die relative Genauigkeit bzgl. der Druckdifferenz. Aus dieser kann mit Hilfe des bekannten Abstandes zwischen zwei Messpositionen der maximale relative Fehler des Druckgradienten abgeschätzt werden. In den durchgeführten Versuchen beträgt der maximale relative Fehler 8%.

### Dichte

Die Dichte idealer Gase berechnet sich zu

$$\rho = \frac{p}{R_i \cdot T}, \quad (\text{A.7})$$

wobei  $p$  der Druck ist. Wie oben beschrieben, ist die Unsicherheit bzgl. der indi-

viduellen Gaskonstanten marginal, so dass die absolute Abweichung der Dichte sich berechnen lässt zu

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial T} \cdot \Delta T\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial p} \cdot \Delta p\right)^2}, \quad (\text{A.8})$$

wobei  $\Delta p$  der maximale, absolute Druckmessfehler ist. Der maximale, relative Fehler der Dichte folgt damit zu

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2}. \quad (\text{A.9})$$

Mit den in Kapitel 4.2.2 aufgeführten Messfehlern führt das zu einem maximalen, relativen Fehler von  $\Delta\rho/\rho = 0,66\%$ .

Aus den relativen Fehlern der Dichte und des Druckgradienten folgt nach Gleichung A.6 der relative Fehler bzgl. des Kernrotationsfaktors zu 8%. Der Fehler mit der die Dichte bestimmt wird, hat nahezu keinen Einfluss.

### Resonanzmazzahl

Die Genauigkeit, mit der Resonanzmazzahlen berechnet werden, folgt mit Gleichung 5.35 nach Gleichung A.1 zu

$$\Delta M_{u,\text{res}} = \sqrt{\left(\frac{\partial M_{u,\text{res}}}{\partial f_{\text{ac}}^{\text{A}}} \cdot \Delta f_{\text{ac}}^{\text{A}}\right)^2 + \left(\frac{\partial M_{u,\text{res}}}{\partial \beta} \cdot \Delta \beta\right)^2 + \left(\frac{\partial M_{u,\text{res}}}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2}. \quad (\text{A.10})$$

Einsetzen der partiellen Ableitungen und Division mit der Umfangsmazzahl ergibt den relativen Fehler:

$$\frac{\Delta M_{u,\text{res}}}{Mu} = \sqrt{\left(\frac{\Delta f_{\text{ac}}^{\text{A}}}{f_{\text{ac}}^{\text{A}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{m_{\text{ac}} \cdot \Delta \beta}{j \cdot B - m_{\text{ac}} \cdot \beta}\right)^2}. \quad (\text{A.11})$$

Wie aus Gleichung A.11 ersichtlich, hängt der relative Fehler von der Modenordnung  $m_{\text{ac}}$ , dem Kernrotationsfaktor  $\beta$  und dem harmonischen Laufradindex  $j$  ab und kann nicht allgemeingültig bestimmt werden. Abbildung A.1 zeigt den Fehler in Abhängigkeit von der Modenordnung und des Laufradindex für einen angenommenen Kernrotationsfaktor von 0,5. Dieses Diagramm gilt daher streng genommen lediglich für diesen Wert. Änderungen des Kernrotationsfaktors im Bereich von  $\pm 0,1$  wirken sich jedoch marginal auf die relativen Fehler aus. Die maximale Abweichung des Kernrotationsfaktors  $\Delta\beta$ , welche zur Bestimmung des



relativen Fehlers der Resonanzmachzahlen benötigt wird, folgt aus dem angenommenen Wert für den Kernrotationsfaktor von 0,5 und der zuvor bestimmten relativen Abweichung von 8% zu  $\pm 0,04$ .

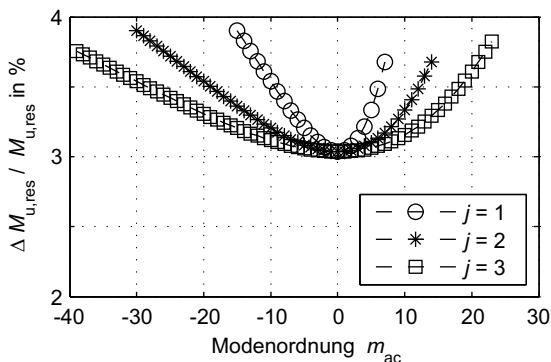


Abbildung A.1.: Maximaler relativer Fehler der Resonanzmachzahl

Wie aus Abbildung A.1 ersichtlich, beträgt der maximal auftretende Fehler ungefähr 4%. Der Großteil der Ungenauigkeit resultiert aus dem Berechnungsfehler der akustischen Eigenmoden. Die Unsicherheit bzgl. der Schallgeschwindigkeit hat einen marginalen Einfluss.



---

## Literaturverzeichnis

---

- [1] WEYH, B.: *Schwingungsanalyse mit MATLAB*. Vorlesungsskript der Universität Duisburg-Essen, 2005
- [2] SAYIR, M. B. ; KAUFMANN, S.: *Ingenieurmechanik 3: Dynamik*. Vieweg + Teubner, 2005
- [3] MÜLLER, P. C. ; SCHIEHLEN, W.: *Lineare Schwingungen*. Akademische Verlagsgesellschaft, 1976
- [4] HAGEDORN, P.: *Technische Mechanik. Dynamik: Bd3*. Harri Deutsch, 2008
- [5] TOBIAS, S. A. ; ARNOLD, R. N.: The Influence of Dynamical Imperfection on the Vibration of Rotating Discs. In: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* Bd. 171, 1957, S. 669–690
- [6] MORSE, P. M. ; INGARD, K. U.: *Theoretical Acoustics*. Princeton University Press, 1987
- [7] EWINS, D. J.: Vibration Characteristics of Bladed Disc Assemblies. In: *Journal Mechanical Engineering Science* 15 (1973), Nr. 3, S. 165–186

- [8] ZENNECK, J.: Über die freien Schwingungen nur annähernd vollkommener kreisförmiger Platten. In: *Annalen der Physik und Chemie* 303 (1898), Nr. 1, S. 165–184
- [9] EWINS, D. J.: Vibration Modes of Mistuned Bladed Disks. In: *Journal of Engineering for Power* 98 (1976), S. 349–355
- [10] STANGE, W. A. ; MACBAIN, J. C.: An Investigation of Dual Mode Phenomena in a Mistuned Bladed Disk. In: *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design* 105 (1983), S. 402–407
- [11] JAY, R. L. ; MACBAIN, J. C. ; BURNS, D. W.: Structural Response Due to Blade Vane Interaction. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 106 (1984), S. 50–56
- [12] JAY, R. L. ; BURNS, D. W.: Characteristics of the Diametral Resonant Response of a Shrouded Fan Under a Prescribed Distortion. In: *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design* 108 (1986), S. 125–131
- [13] KELLERER, R. ; STETTER, H.: Schwingungsverhalten beschauelter Scheiben im Resonanzbereich von Doppelmoden, visualisiert durch den Einsatz der holografischen Interferometrie. In: *VDI Berichte* 947 (1992)
- [14] EHRENFRIED, K.: *Strömungsakustik I/II*. Vorlesungsskript TU Berlin, 2003
- [15] FEYNMAN, R. P. ; LEIGHTON, R. B. ; SANDS, M.: *The Feynman Lectures on Physics, Vol. 1: Mainly Mechanics, Radiation, and Heat*. Addison Wesley, 2005
- [16] KUROKAWA, J. ; SAKUMA, M.: Flow in a Narrow Gap Along an Enclosed Rotating Disk with Through-Flow. In: *JSME International Journal* 31 (1988), Nr. 2, S. 243–251
- [17] OWEN, J. M. ; ROGERS, R. H.: *Flow and Heat Transfer in Rotating-Disc Systems*. John Wiley and Sons Inc., 1989
- [18] LAUER, Johannes: *Einfluß der Eintrittsbedingung und der Geometrie auf die Strömung in den Radseitenräumen von Kreiselumpen*, Technische Universität Darmstadt, Diss., 1999

- [19] HAMKINS, C. P.: *The surface flow angle in rotating flow: Application to the centrifugal impeller side gap*, Technische Universität Kaiserslautern, Diss., 2000
- [20] WILL, B. C.: *Theoretical, Numerical and Experimental Investigation of the Flow in Rotor-Stator Cavities with Application to a Centrifugal Pump*, Universität Duisburg-Essen, Diss., 2011
- [21] SENOO, Y. ; HAYAMI, H.: An Analysis on the Flow in a Casing Induced by a Rotating Disk Using a Four-Layer Flow Model. In: *Journal of Fluids Engineering* 98 (1976), S. 192–198
- [22] SCHLICHTING, H.: *Grenzschicht-Theorie*. Verlag G. Braun, 1965
- [23] WILL, B. C. ; BENRA, F. K.: Investigation of the Fluid Flow in a Rotor-Stator Cavity with Inward Through-Flow. In: *Proceedings of ASME Fluid Engineering Conference* (2009), Nr. FEDSM2009-78503
- [24] DAILY, J. W. ; NECE, R. E.: Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks. In: *Journal of Basic Engineering* 82 (1960), S. 217–232
- [25] PONCET, S.: *Ecoulements de type rotor-stator soumis a un flux axial: de Batchelor a Stewartson*, Universite de Provence AIX-MARSEILLE I, Diss., 2005
- [26] CAMPBELL, W.: The Protection of Steam Turbine Disk Wheels From Axial Vibration, Part 1 / General Electric. 1924 (GE Review, Vol. 17, No. 6). – Forschungsbericht
- [27] CAMPBELL, W.: The Protection of Steam Turbine Disk Wheels From Axial Vibration, Part 2: Exposition of the Nature and Theory of Vibration in Turbine Wheels / General Electric. 1924 (GE Review, Vol. 17, No. 7). – Forschungsbericht
- [28] CAMPBELL, W.: The Protection of Steam Turbine Disk Wheels From Axial Vibration, Part 3: Methods of Design and Testing for the Protection of Turbine Bucket Wheels from Axial Vibration / General Electric. 1924 (GE Review, Vol. 17, No. 8). – Forschungsbericht

- [29] BROWNE, M. T. ; PATTISON, J. R.: The damping effect of surrounding gases on a cylinder in longitudinal oscillation. In: *British Journal of Applied Physics* 8 (1957), S. 452–456
- [30] KIELB, J. J. ; ABHARI, R. S.: Experimental Study of Aerodynamic and Structural Damping in a Full-Scale Rotating Turbine. In: *Journal of Engineering for Gas Turbine and Power* 125 (2003), S. 102–112
- [31] KAMMERER, A. ; ABHARI, R. S.: Experimental Study on Impeller Blade Vibration During Resonance - Part 1: Blade Vibration Due to Inlet Flow Distortion. In: *ASME Journal of Turbomachinery* 131 (2009), S. 1–11
- [32] KAMMERER, A. ; ABHARI, R. S.: Experimental Study on Impeller Blade Vibration During Resonance - Part 2: Blade Damping. In: *ASME Journal of Turbomachinery* 131 (2009), S. 1–9
- [33] ESCALER, X. ; LIANG, Q. W. ; VALERO, C. ; EGUSQUIZA, E.: Experimental Modal Analysis of a Francis Model Runner. In: *24th Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, 2008
- [34] MAGARA, Y. ; NARITA, M.: Natural Frequencies of Centrifugal Compressor Impellers for High Density Gas Applications. In: *Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition* (2008), Nr. IMECE2008-67278
- [35] ABDELHAMID, A.N. ; COLWILL, W.H. ; BARROWS, J.F.: Experimental Investigation of Unsteady Phenomena in Vaneless Radial Diffusers. In: *Journal of Engineering for Power* 101 (1979), Nr. 1, S. 52–60
- [36] ABDELHAMID, A.N. ; HAUPT, U. ; RAUTENBERG, M.: Unsteady Flow Characteristics in a Centrifugal Compressor with Vaned Diffuser. In: *Proceedings of ASME International Gas Turbine Conference and Exhibition* (1987), Nr. 87-GT-152
- [37] HAUPT, U. ; SEIDEL, U. ; M., Rautenberg ; ABDELHAMID, A.N.: Unsteady Flow in a Centrifugal Compressor With Different Types of Vaned Diffusers. In: *Journal of Turbomachinery* 110 (1988), S. 292–302
- [38] HAUPT, U. ; RAUTENBERG, M.: Blade Vibration on Radial Impellers Excited by Rotating Stall-Cells and During Surge. In: *Proceedings of Int. Gas Turbine Congress* (1983), Nr. JSME-Paper 83-TOKYO-IGTC-124

- [39] HAUPT, U. ; ABDELHAMID, A. N. ; KAEMMER, N. ; RAUTENBERG, M.: Excitation of Blade Vibration by Flow Instabilities in Centrifugal Compressors. In: *Proceedings of International Gas Turbine Conference* (1986), Nr. 86-GT-283
- [40] HAUPT, U. ; RAUTENBERG, M. ; ABDELHAMID, A.N.: Blade Excitation by Broad-Band Pressure Fluctuations in a Centrifugal Compressor. In: *Journal of Turbomachinery* 110 (1988), S. 129–137
- [41] FRIGNE, P. ; BRAEMBUSSCHE, R. Van d.: Distinction between different types of impeller and diffuser rotating stall in a centrifugal compressor with vaneless diffuser. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 106 (1984), Nr. 2, S. 478–484
- [42] FRIGNE, P. ; BRAEMBUSSCHE, R. Van d.: A Theoretical Model for Rotating Stall in the Vaneless Diffuser of a Centrifugal Compressor. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 107 (1985), Nr. 2, S. 507–513
- [43] GREITZER, E.M.: Surge and Rotating Stall in Axial Flow Compressors. In: *AMSE Journal of Engineering for Power* 98(2) (1976), S. 193–242
- [44] BRAEMBUSSCHE, R. Van d.: Surge and Stall in Centrifugal Compressors. In: *VKI Lecture Serie - Flow in Centrifugal Compressor*, 1984
- [45] PETRY, N.: *Schwingungsanregung eines Radialverdichterlaufrades durch periodisch fluktuierende Druckverteilungen*, Universität Duisburg - Essen, Diplomarbeit, 2007
- [46] TYLER, J. M. ; SOFRIN, T. G.: Axial Compressor Noise Studies. In: *SAE Transactions* 70 (1961), S. 309–332
- [47] KUSHNER, F.: Disc Vibration - Rotating Blade and Stationary Vane Interaction. In: *Journal of Mechanical Design* 102 (1980), Nr. 3, S. 579–584
- [48] KUSHNER, F. ; RICHARD, S. J. ; STRICKLAND, R. A.: Critical Review of Compressor Impeller Vibration Parameters For Failure Prevention. In: *Proceedings of the 29th Turbomachinery Symposium*, 2000
- [49] KUSHNER, F.: Rotating Component Modal Analysis and Resonance Avoidance Recommendations. In: *Proceedings of the 33th Turbomachinery Symposium*, 2004

- [50] IRRETIER, H.: Experiments and Calculations on the Vibration of Rotating Radial Impellers. In: *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design* 110 (1988), S. 137–142
- [51] SINGH, M. P. ; VARGO, J. J. ; SCHIFFER, D. M. ; DELLO, J. D.: SAFE Diagram - A Design and Reliability Tool for Turbine Blading. In: *Proceedings of the 17th Turbomachinery Symposium*, 1988
- [52] SINGH, M.: SAFE Diagram - A Dresser-Rand Evaluation Tool for Packeted Bladed Disc Assembly / Dresser-Rand. 2002. – Forschungsbericht
- [53] FRANKE, G. ; FISHER, R. ; POWELL, C. ; SEIDEL, U. ; KOUTNIK, J.: On Pressure Mode Shapes Arising from Rotor/Stator Interactions. In: *Sound & Vibration Magazine* 39 (2005), S. 14–18
- [54] FFWCS WILLIAMS, J. E. ; HAWKINGS, D. L.: Sound Generation by Turbulence and Surfaces in Arbitrary Motion. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 264 (1969), S. 321–342
- [55] LOWSON, M. V.: Reduction of Compressor Noise Radiation. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 43 (1968), Nr. 1, S. 37–50
- [56] LOWSON, M. V.: Theoretical Studies of Compressor Noise / NASA. 1969 (CR-1287). – Forschungsbericht
- [57] LOWSON, M. V.: Theoretical Analysis of Compressor Noise. In: *The Journal of the Acoustical Society of America* 47 (1970), Nr. 1, S. 371–385
- [58] NEISE, W.: Noise Reduction in Centrifugal Fans: A Literature Survey. In: *Journal of Sound and Vibration* 45 (1976), Nr. 3, S. 375–403
- [59] NEISE, W. ; BARSIKOW, B.: Acoustic Similarity Laws for Fans. In: *Journal of Engineering for Industry* 104 (1982), S. 162–168
- [60] EHRRICH, F. F.: Acoustic Resonances and Multiple Pure Tone Noise in Turbomachinery Inlets. In: *ASME Journal of Engineering for Power* (1969), S. 253–262
- [61] JOPPA, P. D.: Acoustic Mode Measurements in the Inlet of a Turbofan Engine. In: *Journal of Aircraft* 24 (1987), Nr. 9, S. 587–593
- [62] HELLMICH, B. ; SEUME, J. R.: Causes of Acoustic Resonance in a High-Speed Axial Compressor. In: *Journal of Turbomachinery* 130 (2008), S. 1–10



- [63] CAMP, T. R.: A Study of Acoustic Resonance in a Low-Speed Multistage Compressor. In: *ASME Journal of Turbomachinery* 121 (1999), S. 36–43
- [64] COOPER, A. J. ; PEAKE, N.: Trapped Acoustic Modes in Aeroengine Intakes with Swirling Flow. In: *Journal of Fluid Mechanics* 419 (2000), S. 151–175
- [65] ENGHARDT, L. ; TAPKEN, U. ; NEISE, W. ; KENNEPOHL, F. ; HEINIG, K.: Turbine Blade/Vane Interaction Noise: Acoustic Mode Analysis using in-Duct Sensor Rakes. In: *7th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference* (2001), Nr. AIAA-2001-2153
- [66] TSUCHIYA, N. ; NAKAMURA, Y. ; YAMAGATA, A. ; KODEMA, H. ; NOZAKI, O. ; NISHIZAWA, T. ; YAMAMOTO, K.: Investigation of Acoustic Modes Generated by Rotor-Stator Interaction. In: *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit* (2003), Nr. AIAA-2003-3136
- [67] COOPER, A. J. ; PARRY, A. B. ; PEAKE, N.: Acoustic Resonance in Aero-engine Intake Ducts. In: *Journal of Turbomachinery* 126 (2004), July, S. 432–441
- [68] SUTLIFF, D. L.: Rotating Rake Turbofan Duct Mode Measurement System / NASA. 2005 (TM-2005-213828). – Forschungsbericht
- [69] ECKERT, L.: High Cycle Fatigue Cracks at Radial Fan Impellers Caused by Aeroelastic Self-Excited Impeller Vibrations. Part 1: Case History, Root Cause Analysis, Vibration Measurements. In: *Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences* (1999), Nr. DETC99/VIB-8261
- [70] NI, A.: High Cycle Fatigue Cracks at Radial Fan Impellers Caused by Aeroelastic Self-Excited Impeller Vibrations. Part 2: Mechanisms and Mathematical Model. In: *Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences* (1999), Nr. DETC99/VIB-8262
- [71] ZIADA, S. ; OENGÖREN, A. ; VOGEL, A.: Acoustic Resonance in the Inlet Scroll of a Turbo-Compressor. In: *Journal of Fluids and Structures* 16 (2002), Nr. 3, S. 361–373
- [72] EISINGER, F. L.: Acoustic Fatigue of Impellers of Rotating Machinery. In: *ASME Journal of Pressure Vessel Technology* 124 (2002), S. 154–160

- [73] EISINGER, F. L. ; SULLIVAN, R. E.: Acoustically-Induced Structural Fatigue of Impeller Discs - A Brief Note. In: *Asme Turbo Expo* (2002), Nr. GT-2002-30604
- [74] EISINGER, F. L. ; SULLIVAN, R. E.: Vibration Fatigue of Centrifugal Fan Impeller Due to Structural-Acoustic Coupling and its Prevention: A Case Study. In: *Journal of Pressure Vessel Technology* 129 (2007), S. 771–774
- [75] RICHARDS, S. K. ; RAMAKRISHNAN, K. ; SHIEH, C. M. ; MOYROUD, F. ; PICAVET, A. ; BALLARINI, V. ; MICHELASSI, V.: Unsteady Acoustic Forcing on an Impeller due to Coupled Blade Row Interactions. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2010), Nr. GT2010-23771
- [76] PARKER, R.: Resonance Effects in Wake Shedding From Parallel Plates: Some Experimental Observations. In: *Journal of Sound and Vibration* 4 (1966), Nr. 1, S. 62–72
- [77] PARKER, R.: Resonance Effects in Wake Shedding from Compressor Blading. In: *Journal of Sound and Vibration* 6 (1967), S. 302–309
- [78] PARKER, R. ; PRYCE, D. C.: Wake-Excited Resonances in an Annular Cascade: An Experimental Investigation. In: *Journal of Sound and Vibration* 37 (1974), Nr. 2, S. 247–261
- [79] PARKER, R.: Acoustic Resonances and Blade Vibration in Axial Flow Compressors. In: *Journal of Sound and Vibration* 92 (1984), Nr. 4, S. 529–539
- [80] PARKER, R. ; STONEMAN, S. A. T.: An Experimental Investigation of the Generation and Consequences of Acoustic Waves in an Axial Flow Compressor: Large Axial Spacings between Blade Rows. In: *Journal of Sound and Vibration* 99 (1985), S. 169–192
- [81] PARKER, R. ; STONEMAN, S. A. T.: An Experimental Investigation of the Generation and Consequences of Acoustic Waves in an Axial Flow Compressor: The Effect of Variations in the Axial Spacings Between Blade Rows. In: *Journal of Sound and Vibration* 116 (1987), Nr. 3, S. 509–525
- [82] KÖNIG, S. ; PETRY, N.: Parker-Type Acoustic Resonances in the Return Guide Vane Cascade of a Centrifugal Compressor - Theoretical Modeling And Experimental Verification. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2010), Nr. GT2010-22138

- [83] PETRY, N. ; BENRA, F.-K. ; KÖNIG, S. ; WOICZINSKI, C.: Interaction Between Aerodynamic Phenomena and Impeller Structure of High Pressure Radial Compressors. In: *Proceedings of 8th European Turbomachinery Conference* (2009), S. 757–771
- [84] KÖNIG, S.: Acoustic Eigenmodes in the Side Cavities of Centrifugal Compressors. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2009), Nr. GT2009-59650
- [85] KÖNIG, S. ; PETRY, N. ; WAGNER, N. G.: Aeroacoustic Phenomena in High-Pressure Centrifugal Compressors - A Possible Root Cause For Impeller Failures. In: *Proceedings of the 38th Turbomachinery Symposium*, 2009, S. 103–121
- [86] PETRY, N. ; BENRA, F. K. ; KÖNIG, S.: Experimental Study of Acoustic Resonances in the Side Cavities of a High-Pressure Centrifugal Compressor Excited by Rotor/Stator Interaction. In: *Proceedings of ASME Turbo Expo* (2010), Nr. GT2010-22054
- [87] PETRY, N. ; BENRA, F. K.: The technique of dithering - a parameter study. In: *Measurement Science and Technology* 22 (2011), Nr. 2, S. 1–10
- [88] WAUER, J.: *Kontinuumsschwingungen: Vom einfachen Strukturmodell zum komplexen Mehrfeldsystem*. Vieweg + Teubner, 2008
- [89] AVITABILE, P.: Experimental Modal Analysis. In: *Sound and Vibration*, 2001
- [90] SCHWARZ, B. J. ; RICHARDSON, M. H.: Experimental Modal Analysis. In: *CSI Reliability Week*, 1999
- [91] EWINS, D. J.: *Modal Testing: Theory and Practice*. Research Studies Press, 1995
- [92] HERMES, T.: *Digitale Bildverarbeitung: Eine praktische Einführung*. Carl Hanser Verlag GmbH und CO. KG, 2004
- [93] KÖNIG, S.: Acoustic eigenmode calculation. In: *Internal Report of Siemens Energy* (2008)
- [94] SMITH, S. W.: *The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing*. 1st. California Technical Pub., 1997
- [95] KULITE: *Datenblätter der Drucksensoren LE-47 und XTL-123B-190*

- [96] KISTLER: *Datenblätter des Ladungsverstärkers Typ 5011 sowie der Drucksensoren 601A und 603B*
- [97] KAMMERER, A. ; ABHARI, R. S.: Blade Forcing Function and Aerodynamic Work Measurements in a High Speed Centrifugal Compressor With Inlet Distortion. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 132 (2010), S. 1–11
- [98] MEASUREMENT GROUP, Inc.: *Datenblatt der DMS CEA-06-062UW-350*
- [99] ENDEVKO: *Datenblatt des Brückenverstärkers Endevko Typ 4430A*
- [100] OROS: *Datenblatt des OR38 Analysators*
- [101] GOLDAMMER: *Datenblatt der Goldammer USB-Messkarte (USB Basic Serie G0C-1034-4)*
- [102] KIENCKE, U. ; EGER, R.: *Messtechnik: Systemtheorie für Elektrotechniker*. Springer, 2007
- [103] INTERNATIONAL, M+P: *Datenblatt der Datenerfassungseinheit von M+P International*
- [104] SCANIValVE: *Datenblatt des ScaniValve-Systems DSA3218*
- [105] GOODALL, W. M.: Television by pulse code modulation. In: *Bell System Technical Journal* 30 (1951), S. 33–49
- [106] ROBERTS, L. G.: Picture coding using pseudo random noise. In: *IRE Transactions on Information Theory* 8 (1962), S. 145–154
- [107] SCHUCHMAN, L.: Dither Signals and their Effect on quantization of speech signals. In: *IEEE Transactions on Communication Technology* 12 (1964), S. 162–165
- [108] JAYANT, N. S. ; RABINER, L. R.: The Application of Dither to the Quantization of Speech Signals. In: *Bell System Technical Journal* 51 (1972), S. 1293–1304
- [109] VANDERKOOY, J. ; LIPSHITZ, S. P.: Resolution Below the Least Significant Bit in Digital Systems with Dither. In: *Journal of the Audio Engineering Society* 32 (1984), S. 106–113

- [110] MELKONIAN, L.: Improving A/D Converter Performance Using Dither. In: *Nalanda - Network of Automated Library and Archives* Application Note No.804 (1992)
- [111] HOFFMANN, R.: *Grundlagen der Frequenzanalyse: Eine Einführung für Ingenieure und Informatiker*. Expert-Verlag, 2005
- [112] MEYER, M.: *Signalverarbeitung: Analoge und digitale Signale, Systeme und Filter*. Vieweg und Teubner, 2011
- [113] DUBBEL, H. ; BEITZ, W. ; GROTE, K. H.: *Dubbel - Taschenbuch für Maschinenbau*. Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH, 2001
- [114] KAMMERER, A.: *Experimental Research into Resonant Vibration of Centrifugal Compressor Blades*, Swiss Federal Institute of Technology - ETH Zürich, Diss., 2009
- [115] BOMMES, L. ; FRICKE, J. ; KLAUS, K.: *Ventilatoren*. Vulkan, 2002
- [116] KÖNIG, S.: Transient CFD study of a high-pressure test rig with focus on rotor/stator-interaction. In: *Internal Report of Siemens Energy* (2010)
- [117] KÖLTZSCH, P.: Bemerkungen über Schall und Pseudoschall. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Otto von Guericke Magdeburg* 5 (1972), S. 567–573
- [118] BRINDLEY, G. W.: On the turbulent and stream-line damping of a pendulum in visvous media. In: *Philosophical Magazine Series* 7 12 (1931), S. 522–534
- [119] SHIAVI, R.: *Introduction to Applied Statistical Signal Analysis: Guide to Biomedical and Electrical Engineering Applications*. Academic Pr Inc, 2006
- [120] BÖCKH, P. von: *Fluidmechanik*. Springer, 2004



---

## Curriculum Vitae

---

Der Lebenslauf ist in der Online-Version aus Gründen des Datenschutzes nicht enthalten.